

УДК 624.07

**Байков Олег Анатольевич,**

студент магистратуры,  
кафедра «Строительных и общепрофессиональных дисциплин»,  
ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»,  
Российская Федерация, 385000, г. Майкоп, ул. Первомайская, 191;

**Гусев Иван Вячеславович,**

студент магистратуры,  
кафедра «Строительных и общепрофессиональных дисциплин»,  
ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»,  
Российская Федерация, 385000, г. Майкоп, ул. Первомайская, 191;

**Петровский Александр Владимирович,**

студент магистратуры,  
кафедра «Строительных и общепрофессиональных дисциплин»,  
ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»,  
Российская Федерация, 385000, г. Майкоп, ул. Первомайская, 191;

**Меретуков Заур Айдамирович,**

доктор технических наук, профессор кафедры  
«Строительных и общепрофессиональных дисциплин»,  
ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»,  
Российская Федерация, 385000, г. Майкоп, ул. Первомайская, 191

## **УЧЕТ СПЕЦИФИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЫСОКОПРОЧНЫХ БЕТОНОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН**

**Аннотация.** В статье представлено изучение влияния различных факторов на несущую способность, деформативность и трещиностойкость железобетонных колонн из высокопрочного бетона при проектировочном расчете. При расчете неоднородного комплексного сечения используется обоснованная с физической точки зрения модель классической механики.

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

Рассмотрены основные преимущества и недостатки современных методов расчета и их практического применения.

**Ключевые слова:** железобетон, высокопрочный бетон, колонна, расчет, конструкционный материал, технология, рецептура, прочность, новые свойства.

Расчет колонн по недеформированной схеме ведется в соответствии с нормами [1, с.16]. Влияние прогиба на несущую способность стоек при таком расчете учитывается умножением значения осевого эксцентриситета продольного усилия  $e_0$  на коэффициент  $\eta$ .

При расчете значения осевого эксцентриситета,  $e_0$ , для «центрально» сжатых стоек принимаются равными случайному эксцентриситету, определяемому по [2, с.34] и равному  $h/30$ , где  $h$  – это высота поперечного сечения элемента. Для расчета внецентренно сжатых элементов значение  $e_0$  принимается равным фактическому эксцентриситету.

Уравнение равновесия относительно точки приложения силы  $N$  имеет вид:

$$\sum M_N = R_b \cdot b \cdot x \left[ (e_0 + y_0) - h + \frac{x}{2} \right] - \sum \sigma_{s,i} \cdot A_{s,i} \cdot e_{s,i} - \sum \sigma'_{s,i} \cdot A'_{s,i} \cdot e'_{s,i} = 0, \quad (1)$$

Здесь неизвестными являются высота сжатой зоны бетона  $x$  и напряжения в арматуре  $A_s, A_{sp}, A'_s, A'_{sp}$ , то есть, число неизвестных равно  $i+1$ , где  $i$  - количество рядов арматуры. Для того чтобы число уравнений было равно числу неизвестных используется зависимость, принятая при общем случае расчета,  $\sigma_{s,i} = f(\xi)$ , где  $\xi = x/h_0$ . Решается такая система уравнений численным методом (деление отрезка пополам) [3, с.23].

Определение значения коэффициента  $\eta$  проводится путем итерационного расчета. После каждой итерации по полученному в результате расчета значению несущей способности  $N_i$  определяется значение  $\eta_i$ :

$$\eta_i = \frac{1}{1 - \frac{N_i}{N_{cr}}}, \quad (2)$$

корректируется значение осевого эксцентриситета  $e_0$ :

$$e_{0i} = e_0 \cdot \eta_i,$$

и вычисляются значения  $e_{si}$  и  $e_{si}'$  – расстояния от центра тяжести каждого ряда арматуры до силы  $N$  (см. рис. 1).

Цикл последовательных уточнений  $\eta$  и  $N$  повторяется до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность определения  $N$ .

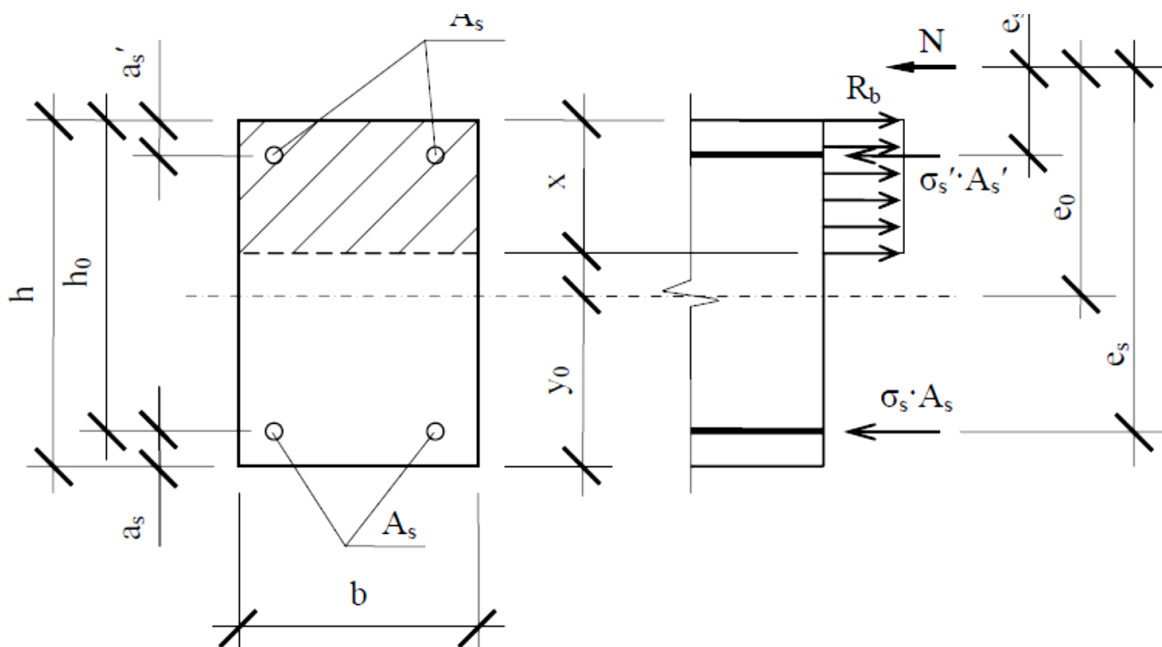


Рис. 1. Схема действующих в системе усилий

После определения несущей способности элемента выполняется расчет по трещиностойкости. В случае образования трещин в сечении, определяется их ширина продолжительного и непродолжительного раскрытия.

При анализе опытных данных, прежде всего, обращает на себя внимание тот факт, что для большей части внецентренно сжатых колонн, а также для «центрально» сжатых стоек большой гибкости получена несущая способность, превышающая величину условной критической

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

силы, поэтому воспользоваться формулой вычисления коэффициента продольного изгиба не представляется возможным [3,с.37].

Делаем вывод о том, что значения условной критической силы, занижены. Расчет колонн по недеформированной схеме из высокопрочного бетона выполнить невозможно. Так как условная критическая сила в новых нормах вычисляется по классической формуле Эйлера, то корректировку необходимо вносить в формулу для определения жесткости железобетонного элемента [4,с.127].

Для учета особенностей работы железобетонных колонн из высокопрочного бетона предложено внести поправку к первому слагаемому, определяющему жесткость бетонного сечения элемента. Тогда формула  $D$  будет иметь следующий вид:

$$D = \omega \cdot k_b \cdot E_b \cdot I + k_s \cdot E_s \cdot I_s \quad , \quad (3)$$

Рекомендуемые значения эмпирического коэффициента  $\omega$  были определены из сопоставления экспериментальных данных и вычислений, проводимых при помощи программы «Колонна 2014» (РГСУ) [5,с.18]. Из множества допустимых значений коэффициента  $\omega$  были приняты значения, обеспечивающие наилучшую сходимость результатов расчета с экспериментальными величинами несущей способности. Из массива полученных значений при помощи математического аппарата метода математического планирования эксперимента была составлена зависимость для определения коэффициента  $\omega$  в зависимости от варьируемых факторов: процента армирования, гибкости и относительного эксцентриситета продольной силы:

$$\omega = \left| 27 + \frac{(B-87)}{0,1 \cdot \frac{\lambda}{\mu} + \delta_e + 0,033} - 20 \cdot \mu + 0,3 \cdot \lambda + \frac{\delta_e}{1,5 - \delta_e} \right| \quad , \quad (4)$$

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

Здесь  $\mu = A_{s,tot}/(bh)$ ;  $\delta_e = e_0/h$ ;  $\lambda = l_0/h$ . Область применения формулы расчет железобетонных колонн из бетонов классов В87...В109 с гибкостями  $\lambda_h = (8...30)$ , с армированием  $\mu = (1,5...3,4)$  % при относительном эксцентриситете внешней силы от  $e_0/h = 0$  до  $e_0/h = 0,5$ .

Результаты расчета экспериментальных стоек из высокопрочного бетона с использованием предложенной формулы (3), где коэффициент  $\omega$ , учитывающий особенности высокопрочных бетонов при определении условной критической силы, определялся по зависимости (4) показали, что разница между полученными расчетом теоретическими значениями несущей способности  $N^{theor}$  и экспериментальными  $N^{exp}$  колеблется от – 10 % до 21 %.

Наибольшее различие указанных величин наблюдается у гибких стоек с  $\lambda_h > 20$ , работающих на внецентренное сжатие.

Предложенная корректировка расчета по недеформированной схеме позволяет использовать указанный метод для расчета колонн из высокопрочного бетона. При этом среднеквадратическое отклонение экспериментальной несущей способности от расчетной снизилось в 3,9 раза по сравнению с расчетом по нормам.

*Расчет колонн по деформированной схеме.* Общая последовательность нормативного расчета колонн по деформированной схеме аналогична с расчетом по недеформированной схеме. Различие заключается только в блоке учета прогибов.

В формулу определения кривизны для элементов, работающих без трещин, вводится дополнительный эмпирический коэффициент  $\varphi$  к жесткости железобетонного сечения:

$$\frac{1}{r} = \frac{N \cdot e_0}{\varphi \cdot E_b \cdot I_{red}}, \quad (5)$$

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

Цель введения  $\varphi$  – учет особенностей работы высокопрочных бетонов и их влияния на деформирование железобетонных колонн.

Для определения рекомендуемых значений  $\varphi$  в известных экспериментах была выполнена серия расчетов колонн, работающих без трещин. Критерием назначения значения коэффициента являлось соответствие прогибов экспериментальным. Одновременно контролировалось значение несущей способности – оно также приближалось к опытным данным. На основе подобранных значений разработана формула для определения коэффициента  $\varphi$ :

$$\varphi = 0,569 + 0,082 \cdot \lambda_h + 0,0085 \cdot \lambda_h^2 + 0,00013 \cdot \lambda_h^3, \quad (6)$$

Область применения формулы: железобетонные колонны, сжатые со случайным эксцентриситетом, с гибкостями  $\lambda_h = (8 \dots 30)$  и армированием  $\mu = (1,5 \dots 3,4) \%$ .

Предварительные расчеты колонн с трещинами в растянутой зоне показали, что использование откорректированной формулы кривизны, предложенной в работах [6] для колонн с относительным эксцентриситетом  $e_0/h = 0,2$  приводит к хорошей сходимости полученных результатов с опытными данными:

$$\frac{1}{r} = \frac{M_s}{h_0 z} \left( \frac{\psi_s}{E_s A_{sp} + E_s A_s} + \frac{\psi_b \cdot \psi_\alpha}{(\varphi_f + \xi) b h_0 E_b v} \right) - \frac{N_{tot}}{h_0} \frac{\psi_s}{E_s A_{sp} + E_s A_s},$$

(7)

При  $e_0/h = 0,2$   $\psi_\alpha$  определяется по формуле:

$$\psi_\alpha = 1 - 0,0268 \lambda_h + 0,154 \mu / (1,5 - e_0 / h) + 2,95 \cdot 10^{-4} \sigma_{sp},$$

(8)

где  $\lambda_h = l_0/h$ ;  $\mu = A_{s,tot}/(bh) \cdot 100 \%$ ;  $\sigma_{sp}$  – значение предварительного напряжения в МПа. Поскольку в настоящем исследовании предварительное напряжение арматуры не рассматривалось, то последнее сла-

гаемое формулы оставим без изменений, ссылаясь на экспериментальную базу авторов формулы.

Для учета повышенной жесткости колонн из высокопрочных бетонов, работающих при больших эксцентриситетах, было предложено в формулу (7) ввести дополнительный коэффициент  $\psi_\beta$ , для расчета колонн с эксцентриситетами выше 0,2:

$$\frac{1}{r} = \frac{M_s \psi_\beta}{h_0 z} \left( \frac{\psi_s}{E_s A_{sp} + E_s A_s} + \frac{\psi_b \cdot \psi_\alpha}{(\varphi_f + \xi) b h_0 E_b \nu} \right) - \frac{N_{tot}}{h_0} \frac{\psi_s}{E_s A_{sp} + E_s A_s}, \quad (9)$$

При  $e_0/h=0,5$   $\psi_\beta$  определяется по формуле:

$$\psi_\beta = \left| 1 - \frac{\delta_e \cdot (1 - \delta_e)}{0,2} \right|, \quad (10)$$

здесь  $\delta_e = e_0/h$ .

Полученные в результате расчета, с учетом корректировки метода расчета, значения несущей способности колонн отличаются от экспериментальных на  $\pm 12$  %, что свидетельствует о достоверности сделанных предположений. Среднеквадратическое отклонение теоретической несущей способности от опытной снизилось в 7 раз по сравнению с расчетом по нормам. Значения прогибов, полученных расчетом отличаются от экспериментальных не более чем на 32 %.

На основании приведенных данных сделаем вывод о том, что предложенные корректировки метода расчета по деформированной схеме позволили получить результат, близкий к экспериментальному.

*Расчет железобетонных колонн по нелинейной деформационной модели.* При помощи разработанного программного комплекса «Колонна 2014» (РГСУ) был произведен вычислительный эксперимент, целью которого стало сопоставление теоретических и экспериментальных данных о несущей способности и деформативности железобетонных колонн из высокопрочного бетона. Расчет был произведен на основании нели-

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

нейной деформационной модели, рекомендуемой [6] в качестве основного метода расчета.

Расчет конструкций на основе деформационной модели с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры наиболее эффективно применять в виде реализованных в компьютерных программах алгоритмов. В разработанной программе «Колонна-2014» присутствует блок расчета по деформационной модели.

Алгоритмы деформационного расчета были составлены на основе изложенной в сводах правил [6] методики. Однако, в отличие от норм, расчетные формулы были применены не для общего случая расчета, а адаптированные для случая одноосного внецентренного сжатия прямоугольного сечения.

Основной расчет ведется шагово-итерационным методом. Одной из предпосылок деформационного расчета является соблюдение закона плоских сечений. Тогда для определения деформаций по всей высоте сечения достаточно знать деформации в двух точках. Первая из них – это крайнее сжатое волокно бетона, деформации которого в предельной стадии известны:  $\varepsilon_{b,max} = \varepsilon_{b,ult}$ , где  $\varepsilon_{b,2}$  – предельная сжимаемость бетона,  $\varepsilon_{b,ult}$  – предельно допустимая деформация крайнего сжатого волокна бетона. Второй точкой в сечении удобно выбрать его нейтральную ось, на которой деформации равны

Задавшись величиной  $x$ , и зная  $\varepsilon_{b,ult}$ , по линейному закону определим относительные деформации  $\varepsilon_{b,i}$  в каждом волокне бетона, а также  $\varepsilon_{s,i}$  – в каждом арматурном стержне. При помощи диаграмм деформирования бетона и арматуры и известного уже распределения деформаций по высоте сечения, определим напряжения в каждом волокне бетона и в каждом ряду арматуры. Равнодействующая внутренних усилий в бетоне находится путем интегрирования напряжений по высоте сечения.



## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

После завершения перебора значений  $x$ , когда найдено решение, обеспечивающее статическое равновесие сечения, вычислим значение несущей способности поперечного сечения, из уравнения суммы проекций всех сил на продольную ось элемента:

$$N = N_b + \sum \sigma_{s,i} \cdot A_s + \sum \sigma'_{s,i} \cdot A'_{s,i} , \quad (11)$$

где  $N_b$  – равнодействующая усилий в бетоне, определяемая интегрированием по высоте сечения:

$$N_b = b \int_{i=0}^h \sigma_{b,i} di , \quad (12)$$

Так как нейтральная ось по своей сути является границей сжатой зоны бетона,  $x$ , то для определения ее положения необходимо вычислить  $x$ . Одним из численных методов решения такой задачи является метод деления отрезка пополам. Критерием окончания итерационного процесса является выполнение условия статического равновесия сечения  $\sum M = 0$ . Или, учитывая допустимые погрешности численного метода,  $\sum M = \Delta M$ , где величина  $\Delta M$  определяет точность решения.

На следующем этапе расчета определяется величина продольного изгиба колонны  $f$ . Влияние продольного изгиба на несущую способность колонн учитывается увеличением осевого эксцентриситета на величину прогиба:  $e_0 = e_0 + f$ . Следующим этапом заново выполняется расчет несущей способности элемента с новым значением эксцентриситета.

Приведенная последовательность операций (вычисление несущей способности → определение прогиба → корректировка эксцентриситета →

несущей способности при новом эксцентриситете...) выполняется до тех пор, пока не будет обеспечена сходимость значения  $N$  на предыдущей и последующей ступенях расчета в пределах заданной точности решения.

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

В случае, если все сечение окажется сжато – согласно [3,с.61], предельная сжимаемость бетона  $\varepsilon_{b,ult}$  принимается ниже значения  $\varepsilon_{b2}$  и определяется по формуле:

$$\varepsilon_{b,ult} = \varepsilon_{b2} - \alpha(\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b0}), \quad (13)$$

где  $\alpha$  – это отношение деформаций противоположных граней сечения:

$$\alpha = \varepsilon_1 / \varepsilon_2 \leq 1,0, \quad (14)$$

Здесь  $\varepsilon_2$  – относительная деформация крайнего волокна бетона более сжатой грани сечения,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{b,ult}$ , а  $\varepsilon_1$  – относительная деформация наименее сжатого волокна. Следующим этапом вычисляется несущая способность  $N$ , прогиб  $f$ , и расчет повторяется до тех пор, пока не будет достигнута сходимость по  $N$ .

Для унификации расчетных формул для случаев  $x \geq h$  и  $x < h$ , под величиной  $x$  при полностью сжатом сечении принимается не  $h$ , как это принято понимать в классической теории железобетона, а расстояние от нейтральной оси, расположенной за пределами поперечного сечения, до наиболее удаленной от нее грани бетона (рис. 2).

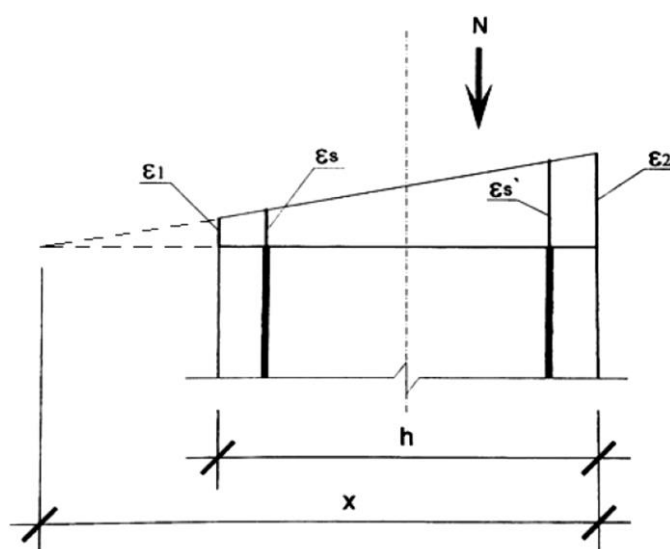


Рис.2. Схема распределения деформаций в поперечном сечении при  $x > h$ .

Так как кривизна элемента зависит от того, образовались ли в сечении трещины, то, прежде чем перейти к блоку расчета прогибов, необ-

ходимо определить наличие трещин в поперечном сечении. Согласно предпосылкам расчета по нелинейной деформационной модели, об образовании трещин в сечении судят по значению относительных деформаций крайнего растянутого волокна бетона. Если эта величина больше предельной растяжимости бетона ( $\varepsilon_{bt,max} > \varepsilon_{bt,2}$ ), трещины в сечении образуются.

Момент,  $M_{cr,c}$ , и усилие,  $N_{cr,c}$ , образования трещин определяю из следующих предпосылок. Рассматривается состояние сечения в момент образования трещины, т.е.  $\varepsilon_{bt,max} = \varepsilon_{b,ult}$ . Далее определяется соответствующая величина сжатой зоны при образовании трещины,  $x_{cr,c}$ , усилие трещинообразования,  $N_{cr,c}$ , соответствующий прогиб колонны,  $f_{cr,c}$ .

Различие между расчетом несущей способности и усилия трещинообразования заключается в определении деформаций сечения,  $\varepsilon_i=f(x)$ : как было сказано выше, вместо условия  $\varepsilon_{b,max}=\varepsilon_{b,ult}$  задается условие  $\varepsilon_{bt,max}=\varepsilon_{bt,ult}$ .

*Расчет на основе двухлинейной диаграммы.* Принятые в [3,с.73] значения относительных деформаций в характерных точках равны: для бетона В87— $\varepsilon_{b1,red}=150 \cdot 10^{-5}$ ;  $\varepsilon_{b2}=303 \cdot 10^{-5}$ ; для В109 —  $\varepsilon_{b1,red}=150 \cdot 10^{-5}$ ;  $\varepsilon_{b2}=265 \cdot 10^{-5}$ .

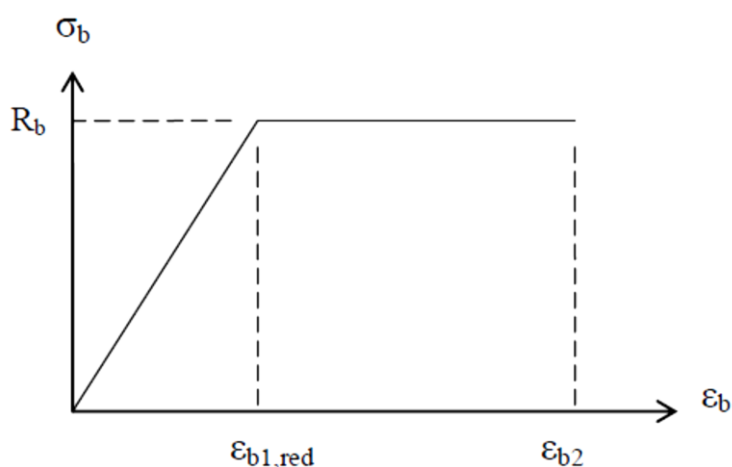


Рис. 3. Двухлинейная диаграмма « $\sigma_b$ – $\varepsilon_b$ » по СП [40, 34].

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

В результате расчета получена несущая способность стоек, сильно отличающаяся от экспериментальных значений. Только для коротких колонн

сжатых со случайным эксцентриситетом, результаты можно назвать относительно приемлемыми. Также следует обратить внимание, что несущая способность по расчету во всех случаях ниже экспериментальной, в то время как величина продольного изгиба – наоборот, выше. Разница между расчетным и экспериментальным значением колеблется от 10 % до 300 %, не считая «центрально» нагруженных колонн.

Таким образом, занижение несущей способности при расчете колонн из высокопрочного бетона на основе двухлинейной диаграммы деформирования бетона по нормам [3, с.83], связано со значительным превышением расчетных прогибов соответствующих экспериментальных значений.

С целью определить оптимальную форму двухлинейной диаграммы был выполнен вычислительный эксперимент, заключающийся в подборе значений относительных деформаций  $\varepsilon_{b1,red}$  и  $\varepsilon_{b2}$ , при которых несущая способность и деформации колонн коррелировались бы с результатами эксперимента.

Результаты проведенных расчетов показали отсутствие четкой зависимости оптимальных значений относительных деформаций бетона  $\varepsilon_{b1,red}$  и  $\varepsilon_{b2}$  от варьируемых факторов. В результате расчета получено, что отклонение расчетной прочности колонн от фактической составило от -37 % до 7 %. Среднеквадратическое отклонение снизилось в 8,8 раз и составило 89,1 кН.

*Расчет на основе трехлинейной диаграммы.* Нормы [3,с.124] для тяжелых бетонов предлагают трехлинейную зависимость « $\sigma_b$ – $\varepsilon_b$ » следующего вида (рис. 4). Относительные деформации в характерных точках в соответствии с [3, с.128] принимаются равными:  $\varepsilon_{b1}=0,6R_b/E_b$ ;

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

$\varepsilon_{b0}=200 \cdot 10^{-5}$ . Предельная сжимаемость для высокопрочных бетонов зависит от класса бетона и равна: для бетона В87  $\varepsilon_{b2} = 303 \cdot 10^{-5}$ ; для В109  $\varepsilon_{b2}=265 \cdot 10^{-5}$ .

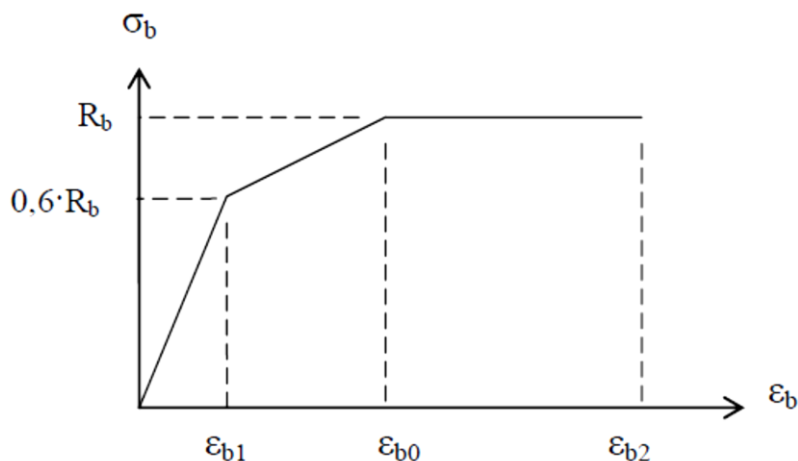


Рис. 4. Трехлинейная диаграмма « $\sigma_b$ – $\varepsilon_b$ » по СП [40, 34].

Как и в случае использования двухлинейной диаграммы по нормам, результаты расчета продемонстрировали значительное отклонение от экспериментальных значений, как по несущей способности, так и по прогибам.

Выполненный вычислительный эксперимент по поиску оптимальных значений относительных деформаций в характерных точках диаграмм показал, что трансформирование нормативной диаграммы увеличением модуля упругости и, соответственно, сдвигом точки  $\varepsilon_{b1}$  влево оказывается неэффективно, так как приводит к некоторому уменьшению несущей способности колонн. Это значение осталось неоткорректированным.

Несущая способность колонн, полученная по расчету с использованием трансформированной трехлинейной диаграммы, оказалась значительно ближе к экспериментальным значениям: отклонение теоретических значений от опытных составили от -26 % до +7 %. Среднеквадратическое отклонение по сравнению с результатами по нормативной диаграмме уменьшилось в 6,5 раз и составило 123,6 кН. Можно обратить внимание на уменьшение  $\varepsilon_{b2}$  с ростом гибкости колонн при прочих рав-

## Наука и образование XXI века: актуальные вопросы теории и практики

ных условиях. Четкой зависимости значений  $\varepsilon_{b0}$  и  $\varepsilon_{b2}$  от варьируемых факторов, как и в случае двухлинейной диаграммы, отмечено не было.

По результатам расчета получено, что для выполнения расчетов колонн из высокопрочного бетона по трехлинейной диаграмме бетона значение  $\varepsilon_{b1}$  рекомендуется принять по рекомендациям норм [6].

### Список литературы

1. СНиП 52-01-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. – М.: ФГУП ЦПП, 2004. – 24 с.
2. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – М.: ФГУП ЦПП, 2004. – 54 с.
3. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. – М.: ФАУ «ФЦС», 2012. – 156 с.
4. Аксёнов В.Н. К расчету колонн из высокопрочного бетона по деформированной схеме // Научный вестник Воронежского гос. арх.-строит. университета. Строительство и архитектура. – 2009.– №1. – С. 125-132.
5. Аксёнов В.Н. О прочности внецентренно сжатого элемента, вычисленной по СНиП 52-01-2003 и СНиП 2.03.01-84\* // «Строительство – 2007»: мат-лы Междунар. научн.-практич. конф. – Ростов н/Д: РГСУ, 2007. – С. 18-19.
6. EN 1992 Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings [Текст]. – Brussels: European Committee for Standardization, 2001. – 52 p.