

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

УДК 532.517.4:536.24

Лобанов Игорь Евгеньевич,

*доктор технических наук, ведущий научный сотрудник,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»,
г. Москва*

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДОКРИТИЧЕСКОГО
СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗООБРАЗНОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ
В РАЗВЕТВЛЕНИЯХ ТРУБОПРОВОДОВ**

Аннотация. В исследовании были получены аналитические решения задачи о детерминировании параметров течения в разветвлениях потоков газообразного теплоносителя в трубопроводах теплообменных аппаратов. Ранее утверждалось, что могут иметь место только численные решения данной задачи.

Ключевые слова: теоретический; аналитический; течение; теплоноситель; газ; стационарный; докритический; трубопровод; разветвление; теплообменный аппарат.

ВВЕДЕНИЕ. НЕОБХОДИМОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕЧЕНИЙ ГАЗООБРАЗНОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В РАЗВЕТВЛЕНИЯХ ТРУБОПРОВОДОВ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Выбор определённой физической, а в дальнейшем и математической модели зависит от целей не только математического моделирования, но и физи-

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

ческого моделирования, построения различных методик и обработки экспериментальных данных.

Выбор модели течения газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменного аппарата и соответствующего выполнения равенства критериев подобия для физического моделирования обусловлен степени сложности конструкции установки, а выбор модели для расчётной методики обуславливается допустимой степенью приближённости к реальному течению и сложностью необходимых вычислений.

В некоторых моделях используются и термодинамические модели газообразного теплоносителя — модели, в которых изменение параметров в некотором пространстве и времени не учитываются.

В рамках данного исследования течение газообразного теплоносителя в разветвлениях трубопроводов теплообменных аппаратов рассматривается как докритическое и стационарное.

Действительный стационарный поток газообразного теплоносителя в трубопроводах теплообменниках не является одномерным и сопровождается потерями механической энергии, поэтому в расчётах используют коэффициент расхода μ , меньшей единицы, с помощью которого можно учитывать сужение потока и потери механической энергии. В зависимости от отношения давлений и площадей проходных сечений коэффициент расхода μ может быть определён по данным экспериментальных статических продувок.

Коэффициент расхода μ детерминируют как отношение действительного расхода на входе в трубопровод газообразного теплоносителя G_1 к теоретическому G'_1 , т.е. при течении без потерь [1, 7]. В работах [1, 3, 6, 7] показано, что меньшее значение расхода G_1 по сравнению с расходом G'_1 связано с тем, что плотность ρ'_1 и скорость W'_1 на входе в трубопровод больше соответствующих действительных значений плотности и скорости ρ_1 и W_1 .

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

Может быть использована двумерная нестационарная модель идеального газа для расчётного исследования структуры потока газа в разветвлениях трубопроводов теплообменных аппаратов.

Расчётные значения параметров газообразного теплоносителя, полученные с использованием этой модели могут приближённо соответствовать параметрам реального потока газообразного теплоносителя, поскольку вследствие допущения постоянства параметров вдоль третьей координаты нельзя детерминировать действительные размеры зон отрыва и распределения параметров газообразного теплоносителя реального трёхмерного потока [1, 3, 7]. Вышеуказанные математические модели позволяют оценивать качественные закономерности изменения структуры потоков и распределения параметров газообразного теплоносителя в трубопроводах теплообменных аппаратов в зависимости от конструкционных параметров разветвлений.

Детерминирование параметров газообразного теплоносителя в граничных сечениях разветвлений теплообменных аппаратов необходимо также и для задания граничных условий при расчёте течения теплоносителя на прямолинейных участках трубопроводов теплообменных аппаратов.

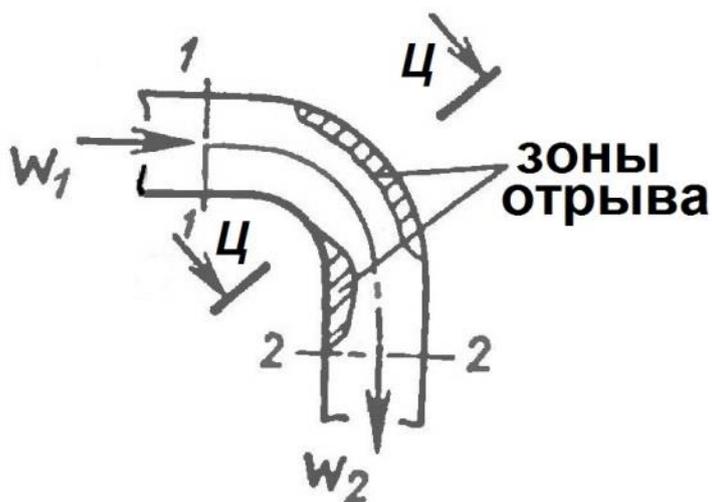


Рис. 1. Схема течения газообразного теплоносителя в колене трубопровода теплообменного аппарата.

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

При течении газообразного теплоносителя в трубопроводах теплообменных аппаратов для учёта потерь может быть использован коэффициент потерь ζ , выражающий потери энергии $l_{\text{п}}$ как некоторую долю кинетической энергии стационарного потока газообразного теплоносителя (для уравнения энергии для одномерного стационарного течения газообразного теплоносителя l определяется как работа L , отнесённая к единице времени и единице массы газа, а именно: $l=L/(G \cdot dt)$, т.е. как энергия, эквивалентная мощности единицы массы газа) [1, 6, 7]:

$$l_{\text{п}} = \zeta \rho \frac{W^2}{2}. \quad (1)$$

Коэффициент потерь ζ при течении газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменного аппарата может быть определён как, например, при течении теплоносителя, который рассматривается как несжимаемый газ, в колене (рис. 1). В сечениях 1—1 и 2—2 предполагается, что профили скоростей незначительно отличаются от идеального равномерного профиля. Запишем уравнение Бернулли для такого потока газообразного теплоносителя (p_0 — давление заторможенного потока или полное давление) [1, 6, 7]:

$$p_1 + \rho \frac{W_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{W_2^2}{2} + \zeta \rho \frac{W_2^2}{2}. \quad (2)$$

В левой и правой частях первые два слагаемых являются давлениями заторможенного потока, следовательно коэффициент потерь ζ для несжимаемого газообразного теплоносителя будет выражать относительную долю потерь полного давления:

$$\zeta = \frac{p_{01} - p_{02}}{\rho \frac{W_2^2}{2}}. \quad (3)$$

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

Следовательно, необходимо определить, например, по экспериментальным данным, потери полного давления и $\rho \frac{W_2^2}{2}$. Полные давления можно определить, например, экспериментально, с помощью приёмника полного давления. Скорость W_2 вычисляется, если известен расход газообразного теплоносителя, например, экспериментальным образом, по соотношению $G = \rho W_2 A_2$ (A — площадь сечения трубопровода теплообменного аппарата).

Для несжимаемого газообразного теплоносителя теплообменного аппарата изменение скорости потока в сечении 2—2 детерминируется изменением площади сечений A_1 и A_2 , поскольку при постоянстве плотности газа из уравнения неразрывности — $\rho_1 W_1 A_1 = \rho_2 W_2 A_2$ — следует равенство $W_2 = W_1 \cdot (A_1 / A_2)$. Следовательно, коэффициент потерь выражает также относительную долю потерь статического давления. Зависимость коэффициента сопротивления ζ можно получить сопоставлением уравнения Бернулли для течения газообразного теплоносителя без потерь с аналогичным уравнением Бернулли для течения с потерями ($(p_2)_{ид}$ — статическое давление в сечении 2—2 для течения без потерь) [1, 6, 7]:

$$\zeta = \frac{(p_2)_{ид} - p_2}{\rho \frac{W_2^2}{2}}. \quad (4)$$

Течение газа в коленах трубопроводах теплообменных аппаратов является неоднородным течением со сложной пространственной структурой, которая зависит от характеристик втекающего газообразного теплоносителя и геометрии канала. Силы инерции стремятся сохранить первоначальное прямолинейное движение, поэтому давление на внешней стенке канала повышается, а на внутренней — снижается. Скорость частиц газа, находящихся в пограничном слое, в направлении основного движения относительно мала, поэтому образующийся в поперечном сечении градиент давления приводит к перемещению данных частиц по периметру канала от внешней стенки к внутренней и образо-

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

ванию в ядре обратного компенсирующего движения, в результате чего в поперечном сечении образуется вторичное движение в виде парного вихря.

Скорость основного потока газообразного теплоносителя в колене трубопровода теплообменного аппарата будет изменяться обратно изменению давления: скорость газообразного теплоносителя по сравнению со скоростью в сечении $1-1$ снижается вне пограничного слоя внешней стенки и увеличивается вне пограничного слоя внутренней стенки. Если кривизна колена трубопровода теплообменника мала, то давление в пограничном слое может быть практически равным давлению заторможенного потока и вдоль этой стенки может быть образована вихревая зона.

После прохождения центрального сечения $\zeta-\zeta$ имеет место перераспределение профиля скоростей и давления таким образом, что в направлении от внутренней стенки к внешней давление снижается, а скорость повышается.

Направление кривизны внутренней стенки колена трубопровода теплообменника по отношению к направлению движения основного потока и вышеуказанное повышение давления способствуют образованию зоны отрыва пограничного слоя, толщина и протяжённость которой значительно превышают соответствующие размеры зоны отрыва у внешней стенки [1, 2, 4, 5, 6—8].

Суммарные потери энергии потока газообразного теплоносителя в колене трубопровода теплообменного аппарата можно разделить на потери трения, внутренние и выходные потери, связанные с неравномерностью поля скоростей и последующим их выравниванием. Внутренние потери детерминируются потерями на трение вторичного течения и потерями на образование вихревых отрывных зон. Внутренние и выходные потери составляют большую часть суммарных потерь энергии.

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

Степень неравномерности поля скоростей, размеры отрывных зон, интенсивность вторичных течений зависят от геометрических параметров колена трубопровода теплообменного аппарата и числа Рейнольдса Re .

Изменение коэффициента сопротивления ζ в трубопроводе теплообменного аппарата могут быть найдены как зависимости от вышеуказанных параметров, например по экспериментальными данным [2, 4, 5, 8, 9].

Потери возрастают и при неравномерности поля скоростей втекающего потока газообразного теплоносителя, поскольку увеличивается градиент давления и размеры отрывных зон.

Число Маха M при течении газообразного теплоносителя в трубопроводах теплообменных аппаратов невелико, поэтому его влияние на коэффициент сопротивления незначительно.

Выравнивание поля скоростей происходит на значительной длине трубопроводов, соединённых с коленом.

На практике трубопроводы теплообменных аппаратов могут быть короткими, поэтому для детерминирования коэффициента сопротивления ζ необходимо выполнение осреднения параметров в сечениях $1-1$ и $2-2$.

Осреднение параметров газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменника позволяет перейти от рассмотрения потока с пространственно-неравномерным распределением параметров к рассмотрению потока с равномерным распределением параметров по сечению трубопровода теплообменника — перейти от рассмотрения большого числа значений параметров действительного потока, конкретнее: векторных или скалярных полей параметров, к значительно меньшему числу параметров осреднённого потока.

Для упрощения расчётных методик осреднения используют различные допущения, которые принимают с учётом особенностей реальных течений га-

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

зообразного теплоносителя в элементах трубопроводом теплообменного аппарата.

Если течение газообразного теплоносителя характеризуется незначительным теплообменом с окружающей средой, то можно во всех точках сечения трубопровода теплообменника считать температуру заторможенного потока T_0 постоянной.

При детерминировании коэффициентов потерь в коленах и разветвлениях трубопроводов теплообменников в большинстве случаев можно считать постоянными по их входным и выходным сечениям.

Коэффициент потерь ζ может быть отнесён к параметрам потока, как на выходе трубопровода теплообменного аппарата, так и на входе.

Потери энергии можно детерминировать, например, следующим образом (W'_2 — скорость потока газообразного теплоносителя без потерь на выходе из трубопровода) [1, 6, 7]:

$$l_{\Pi} = \zeta \rho \frac{(W'_2)^2}{2}. \quad (5)$$

Следовательно, при использовании экспериментальных значений для коэффициента сопротивления ζ для разветвлений трубопроводов теплообменных аппаратов особое внимание следует обращать на вид определяющего вышеупомянутый коэффициент выражения.

Кроме того, в расчётах параметров потока несжимаемого газообразного теплоносителя с учётом гидромеханических потерь в трубопроводах теплообменников неправомерно использовать равенство температур заторможенного потока, поскольку соотношение между T_{01} и T_{02} детерминируются уравнением состояния.

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

Для детерминирования коэффициента потерь ζ для разветвлений трубопроводов теплообменных аппаратов для теплоносителя в виде сжимаемого газа можно воспользоваться структурой формулы (3). Следующее выражение:

$$\zeta = \frac{p_{01} - p_{02}}{\rho_{02} \frac{W_2^2}{2}}. \quad (6)$$

устанавливает связь между коэффициентами сопротивления ζ и восстановления полного давления σ ($\sigma = p_{02}/p_{01}$) при течении газообразных теплоносителей в трубопроводах теплообменных аппаратов. После преобразований, имеем:

$$\sigma = \left(1 + \zeta \frac{W_2^2}{2RT_{02}}\right)^{-1}. \quad (7)$$

Потери работоспособности сжимаемого газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменника можно оценивать при помощи коэффициента потерь $\zeta_{сж}$, если работу определять как адиабатическую работу сжатия, которую необходимо затратить для восстановления полного давления p_{02} до начального давления p_{01} [1, 6, 7]:

$$\zeta_{сж} = \frac{l}{\frac{W_1^2}{2}} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1} RT_{02} \left(\left(\frac{p_{01}}{p_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{\frac{W_1^2}{2}}. \quad (8)$$

Таким образом, для математического моделирования течения газообразного теплоносителя в разветвлениях трубопроводов теплообменных аппаратов с допустимой степенью приближённости к реальному течению и сложностью необходимых вычислений можно обоснованно остановить выбор на термодинамической модели докритического стационарного течения сжимаемого газа.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗООБРАЗНОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В РАЗВЕТВЛЕНИЯХ ТРУБОПРОВОДОВ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

Для энергоизолированного изоэнтропного потока термодинамические параметры газообразного теплоносителя связаны следующим образом (γ — показатель изоэнтропы) [1, 6, 7]:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right); \quad (9)$$

$$\rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}; \quad (10)$$

$$p_0 = p \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad (11)$$

Параметры одномерного стационарного потока на выходе в сечении 2—2 (рис. 1) газодинамического устройства теплообменного аппарата определяются, если известны параметры на входе 1—1 при известном значении коэффициента восстановления полного давления $\sigma = p_{02}/p_{01}$ (p_0 — давление заторможенного потока или полное давление) детерминируются из решения системы нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} p_{01}\sigma = p_{02} = p_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_2^2}{\gamma RT_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \\ T_{01} = T_{02} = T_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_2^2}{\gamma RT_2} \right); \\ G = A_2 \frac{p_2}{RT_2} W_2. \end{cases} \quad (12)$$

Последнюю систему уравнений можно применить для методики расчёта стационарного течения газообразного теплоносителя с более сложной структурой течения в тройных разветвлениях или тройниках трубопроводов теплообменных аппаратов.

Схема данного течения, конкретнее: разделения потока, газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменного аппарата с обозначениями параметров в характерных сечениях приведены на рис. 2.

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

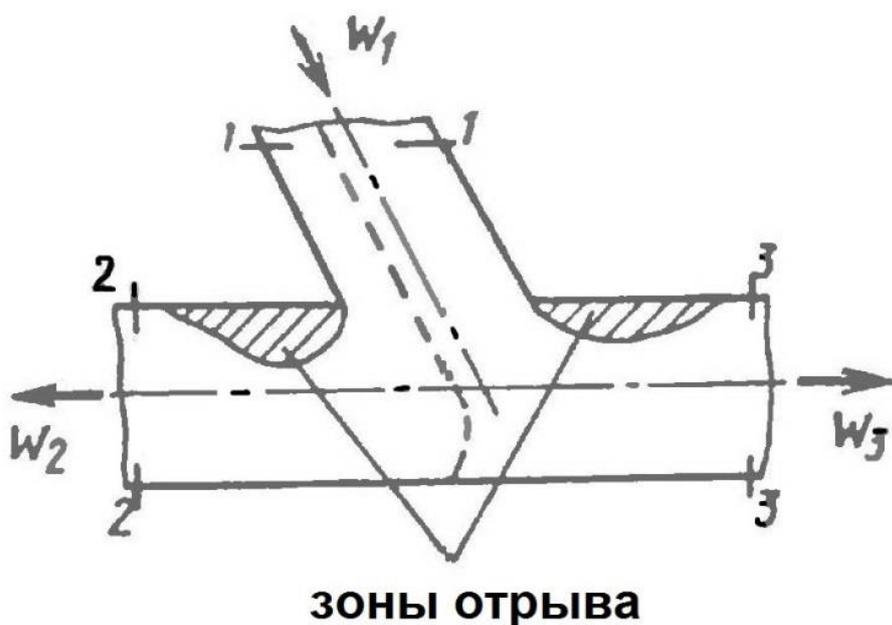


Рис. 2. Схема течения разделяющихся потоков газообразного теплоносителя
в разветвлении трубопровода теплообменного аппарата.

Линии тока, показанные пунктиром, приведённые на рис. 2, соответствуют разделению потока, втекающего в разветвление на два вытекающих через отвления потока. Для рис. 3 пунктирные линии тока соответствуют разделяющим линиям тока при слиянии потоков.

Течение газа в разветвлённом трубопроводе теплообменного аппарата характеризуется сложной пространственной структурой с неравномерным распределением параметров в сечениях 2—2 и 3—3.

Постулируется, что потоки газообразного теплоносителя не оказывают друг на друга взаимного влияния. Известны значения параметров в сечении 1—1 и коэффициенты восстановления σ_1 и σ_2 ; давления в сечениях 2—2 и 3—3 принимаются практически равными.

Сделанные допущения позволяют записать систему нелинейных уравнений для детерминирования параметров газообразного теплоносителя в вышеуказанных сечениях 2—2 и 3—3:

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{01}\sigma_1 = p_{02} = p_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_2^2}{\gamma RT_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} ; \\ p_{01}\sigma_2 = p_{03} = p_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_3^2}{\gamma RT_3} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} ; \\ T_{01} = T_{02} = T_2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_2^2}{\gamma RT_2} \right) ; \\ T_{01} = T_{03} = T_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_3^2}{\gamma RT_3} \right) ; \\ G = A_2 \frac{p_2}{RT_2} W_2 + A_3 \frac{p_3}{RT_3} W_3 ; \\ p_2 = p_3. \end{array} \right. \quad (13)$$

Для рассматриваемой модели одномерного стационарного течения в разветвлённом трубопроводе теплообменника необходимо ещё до решения соответствующей системы уравнений задать структуру и параметры, подлежащие определению. Течения в трубопроводах теплообменных аппаратов является докритическим, поэтому необходимо задать значения давления в сечениях 2—2 и 3—3 и два параметра в сечении 1—1. Именно такой выбор независимых параметров состояния газообразного теплоносителя в сечениях разветвления будет соответствовать вышеустановленным закономерностям течения.

Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики

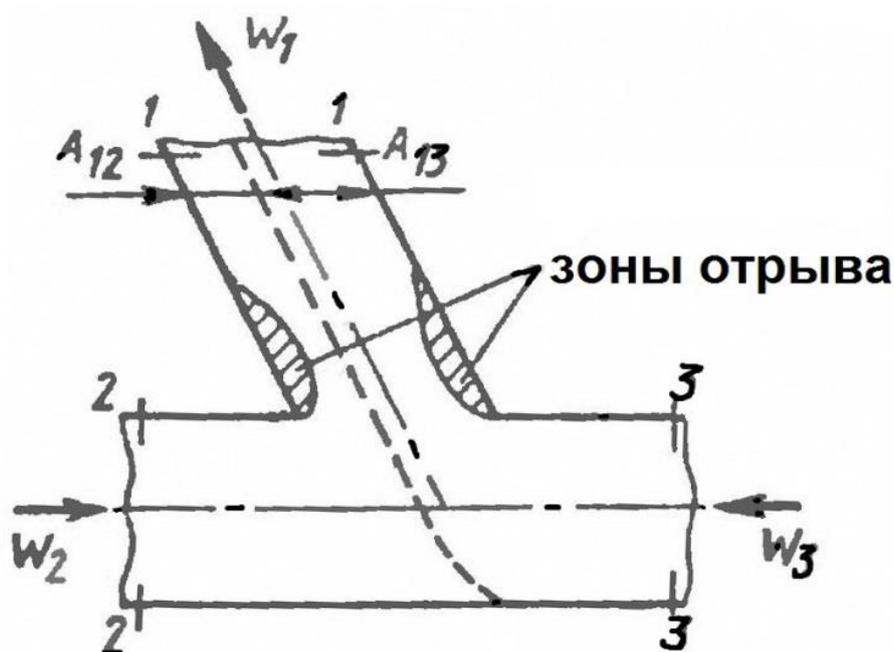


Рис. 3. Схема течения при слиянии потоков газообразного теплоносителя в разветвлении трубопровода теплообменного аппарата.

Параметры течения газообразного теплоносителя в рамках одномерной модели после слияния потоков параметры газообразного теплоносителя должны соответствовать условию выравнивания их значений. Предполагается, что между потоками газа, вытекающими через различные площади A_{12} и A_{13} ($A_1=A_{12}+A_{13}$) в сечении 1—1 (рис. 3), не происходят тепло- и массообменные процессы, поэтому они характеризуются различными плотностями и скоростями, но равными давлениями.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ГАЗООБРАЗНОГО ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В РАЗВЕТВЛЕНИЯХ ТРУБОПРОВОДОВ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

Течение газообразного теплоносителя в разветвлениях трубопроводов теплообменных аппаратов сопровождается турбулизацией и генерированием отрывных зон, что, в свою очередь, обуславливает существенные потери механической энергии.

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

Качественные и количественные оценки потерь, а также структуру потока, в стационарных течениях в разветвления трубопроводов теплообменников чаще всего устанавливают на основе эксперимента.

В подавляющем числе случаев исследуются параметры для стационарных течений газа в трубопроводах теплообменных аппаратов, т.к. основной режим течения для этих условий турбулентный стационарный.

Дополнительными допущениями при расчёте параметров течения в трубопроводах теплообменников следует считать неизменность формы каналов и разделение или слияние потоков газа (рис. 2, 3).

В данном случае рассматривается методика расчёта параметров в разветвлениях в трубопроводах теплообменных аппаратов, ограничиваясь задачей детерминирования граничных условий дифференциальной задачи о нестационарных одномерных течениях в прямолинейных участках трубопроводов.

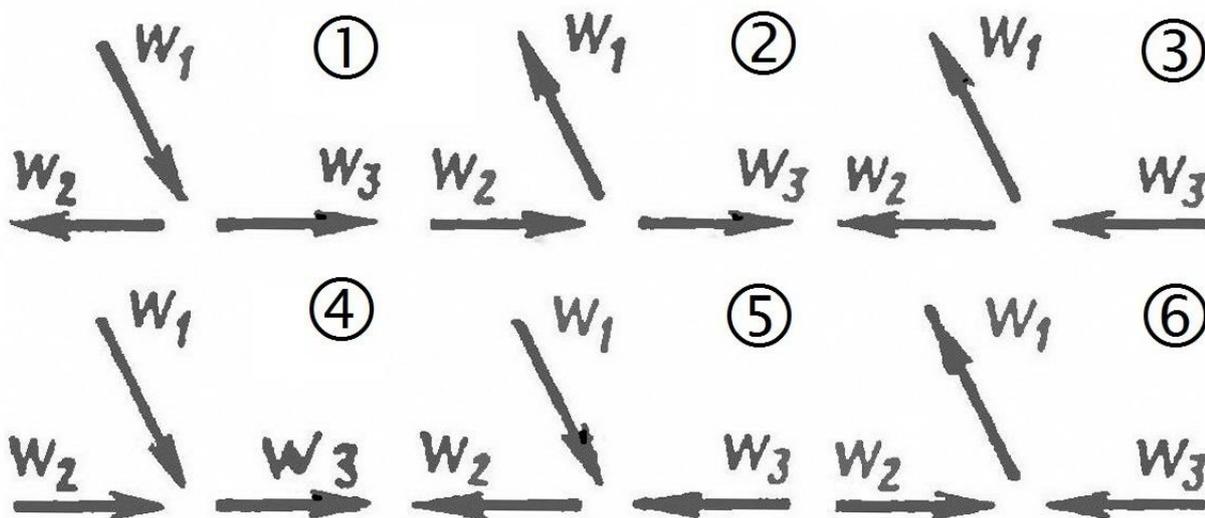


Рис. 4. Характерные схема течений потоков газообразного теплоносителя в разветвлениях трубопроводов теплообменных аппаратов.

Задание граничных условий производится следующим образом. На открытых границах число задаваемых граничных условий равняется числу отходящих

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

от границы характеристик, а граничные условия, соответствующие входящим характеристикам, детерминируется решением дифференциальной задачи. Следовательно, считая, что в сечении разветвления трубопровода теплообменного аппарата, примыкающего к патрубку или ресиверу, необходимые параметры газообразного теплоносителя известны, и исходя из постулированных положений задания граничных условий, можно обосновать исходную систему уравнений для расчётов возможных случаев течения газообразного теплоносителя в разветвлении [1, 6, 7].

Для трубопроводов теплообменных аппаратов возможны следующие случаи разделения и слияния потоков в тройном разветвлении или тройнике (рис. 4).

Для удобства обозначения сечений — соответственно рис. 2 и рис. 3. В рамках данного исследования будет показано задание граничных условий применительно ко всем случаям, а аналитические решения будут реализованы только для наиболее важных случаев течений газообразного теплоносителя в разветвлениях теплообменных аппаратов.

Для разделения потоков в трубопроводе теплообменного аппарата (рис. 4.1) в сечении 3—3 необходимо задать два граничных условия, поскольку от этой границы отходят две характеристики; в сечении 2—2 положения характеристик нужно задавать давление p_2 или скорость W_2 и температуру T_2 , поскольку положения характеристик сходно с сечением 3—3.

Основной системой уравнений для данного случая разделения или слияния потоков в трубопроводе теплообменного аппарата является система уравнений (13).

Случаи разделения потоков в трубопроводе теплообменного аппарата рис. 4.2 и рис. 4.3 симметричны, можно ограничиться рассмотрением первого случая. В сечении 2—2 необходимо задавать одного граничное условие, т.к. от не-

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

го отходит только одна характеристика; равенство давлений вытекающих потоков: $p_1=p_3$. В сечении 1—1 искомыми параметрами являются температура T_1 и скорость W_2 или давление p_1 .

Теперь рассмотрим методику задания граничных условий для слияния потоков в трубопроводах теплообменных аппаратов.

Алгоритмы расчёта слияния потоков в трубопроводах теплообменников для случаев рис. 4.4 и рис. 4.5 аналогичны, поэтому рассмотрим только первый случай. Для случая слияния потоков в трубопроводе теплообменника рис. 4.5 в сечении 2—2 необходимо задать одно граничное условие, а в сечении 3—3 — два. Предполагается, что потоки теплоносителя, вытекающие через сечения 1—1 и 2—2, не перемешиваются, поэтому искомыми параметрами являются площади сечений A_{31} и A_{32} ($A_{31}+A_{32}=A_3$), которые соответствуют вытекающим через сечение 3—3 потоки газообразного теплоносителя.

Предполагается, что температуры T_{31} и T_{32} и скорости W_{31} и W_{32} вытекающих потоков различны, а в сечении 3—3 давление одинаковое, а также $p_2=p_1$.

С учётом вышеприведённых допущений исходная система уравнений для расчёта течения газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменного аппарата при слиянии потоков (рис. 4.6) получается из основной системы (13):

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{01}\sigma_1 = p_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{31}^2}{\gamma RT_{31}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \\ p_{02}\sigma_2 = p_3 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{32}^2}{\gamma RT_{32}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \\ T_{01} = T_{31} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{31}^2}{\gamma RT_{31}} \right); \\ T_{02} = T_{32} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{32}^2}{\gamma RT_{32}} \right); \\ G_1 = A_{31} \frac{p_3}{RT_{31}} W_{31}; \\ A_2 \frac{p_2}{RT_2} W_2 = (A_3 - A_{31}) \frac{p_3}{RT_{32}} W_{32}. \end{array} \right. \quad (14)$$

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

Давление p_2 известно как граничное условие в сечении 2—2; известен также расход G_1 газообразного теплоносителя через сечение 1—1.

Неизвестными параметрами являются скорости W_2 , W_{31} , W_{32} и температуры T_{31} , T_{32} , а также площадь сечения A_{31} .

Таким образом, имеем систему из 6 нелинейных уравнений с 6 неизвестными. Данную систему уравнений можно решить аналитически, в то время как ранее отмечалось, что она может быть решена только численными методом [6]. Система (14) имеет 4 аналитических решения.

Решение системы даёт 4 корня, физический смысл имеется только у одного, который после упрощений имеет вид:

$$\left[\begin{aligned}
 W_2 &= \sqrt{1 - \left(\frac{p_{02}}{p_3} \sigma_2\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \sqrt{R} \frac{(p_{02} \sigma_2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_2}{A_2 p_2 \sqrt{T_{02}}} \left(A_3 \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} p_3^{\frac{1}{\gamma}}} - \frac{\sqrt{R} (p_{01} \sigma_1)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \sqrt{T_{01}} G_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{p_{01}}{p_3} \sigma_1\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}} \right); \\
 W_{31} &= \sqrt{\frac{2\gamma}{1-\gamma} R T_{01} \left(\left(\frac{p_{01}}{p_3} \sigma_1\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)}; \\
 W_{32} &= \sqrt{\frac{2\gamma}{1-\gamma} R T_{02} \left(\left(\frac{p_{02}}{p_3} \sigma_2\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)}; \\
 T_{31} &= T_{01} \left(\frac{p_{01}}{p_3} \sigma_1\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}; \\
 T_{32} &= T_{02} \left(\frac{p_{02}}{p_3} \sigma_2\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}; \\
 A_{31} &= \frac{G_1}{p_3} \left(\frac{p_{01}}{p_3} \sigma_1\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{\sqrt{\frac{\gamma-1}{2\gamma} R T_{01}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{p_{01}}{p_3} \sigma_1\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}}.
 \end{aligned} \right. \quad (15)$$

Далее рассмотрим алгоритм расчёта слияния потоков в трубопроводах теплообменников для случаев рис. 4.б.

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

Для случая слияния потоков в трубопроводе теплообменника, показанного на рис. 4.6, в сечениях 2—2 и 3—3 детерминируется всего одно граничное условие, т.к. главным условием данного случая слияния потоков является условие равенства давлений $p_2=p_3$, что и задаётся в качестве граничных условий.

В данном случае можно задать один неизвестный параметр — давление p_2 . Для сечения 1—1 неизвестными параметрами являются скорости, температуры, площади сечений: W_{12} , W_{13} , T_{12} , T_{13} , A_{12} , A_{13} соответственно, причём ($A_1=A_{12}+A_{13}$).

С учётом вышеприведённых допущений исходная система уравнений для расчёта течения газообразного теплоносителя в трубопроводе теплообменного аппарата при слиянии потоков (рис. 4.6) получается из основной системы (13):

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{02}\sigma_2 = p_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{12}^2}{\gamma RT_{12}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \\ p_{03}\sigma_3 = p_1 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{13}^2}{\gamma RT_{13}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \\ T_{02} = T_{12} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{12}^2}{\gamma RT_{12}} \right); \\ T_{03} = T_{13} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{W_{13}^2}{\gamma RT_{13}} \right); \\ A_2 \frac{p_2}{RT_2} W_2 = A_{12} \frac{p_1}{RT_{12}} W_{12}; \\ A_3 \frac{p_2}{RT_3} W_3 = (A_1 - A_{12}) \frac{p_1}{RT_{13}} W_{13}. \end{array} \right. \quad (16)$$

Здесь тоже имеем систему из 6 линейных и нелинейных уравнений с 6 неизвестными. Данную систему уравнений также можно решить аналитически, в то время как ранее отмечалось, что она может быть решена только численными методом [6]. Система (16) имеет 4 аналитических решения. Решение системы даёт 4 корня, физический смысл имеется только у одного, который после упрощений имеет вид:

**Современная наука и образование:
актуальные проблемы теории и практики**

$$\begin{aligned}
 p_2 &= \sqrt{\frac{2\gamma}{1-\gamma}} R \frac{A_1 p_1 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{p_{02}\sigma_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right) \left(1 - \left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)}}{A_3 \left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} W_3 \frac{\sqrt{T_{03}}}{T_3} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{02}\sigma_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} + A_2 \left(\frac{p_{02}\sigma_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} W_2 \frac{\sqrt{T_{02}}}{T_2} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}}; \\
 W_{12} &= \sqrt{\frac{2\gamma}{1-\gamma} R T_{02} \left(\left(\frac{p_{02}\sigma_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)}; \\
 W_{13} &= \sqrt{\frac{2\gamma}{1-\gamma} R T_{03} \left(\left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right)}; \\
 T_{12} &= T_{02} \left(\frac{p_{02}\sigma_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}; \\
 T_{13} &= T_{03} \left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}; \\
 A_{12} &= \frac{A_1 \sqrt{1 - \left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{p_{03}\sigma_3}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} + \frac{A_3 (\sigma_2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{A_2 (\sigma_3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \left(\frac{p_{02}}{p_{03}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{W_3 T_2}{W_2 T_3} \frac{\sqrt{T_{03}}}{T_{02}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{02}\sigma_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}}}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Решения (15) и (17) верифицировались численным образом, а также с применением средств символьной компьютерной математики.

При соответствующем аналогичном задании граничных условий задача детерминирования параметров газообразного теплоносителя в колене трубопровода теплообменника может быть решена аналитически гораздо легче, чем для тройника.

Приведённые аналитические решения конкретной задачи о слиянии потоков газообразных теплоносителей в трубопроводах теплообменных аппаратов обосновывают получение аналогичных аналитических решений и для разделения потоков.

Таким образом, в данном исследовании были получены аналитические решения задачи о течении в разветвлениях потоков газообразного теплоноси-

Современная наука и образование: актуальные проблемы теории и практики

теля в трубопроводах теплообменных аппаратов, в то время как ранее имели место только численные решения данной задачи.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. В работе было обоснован выбор теоретической модели для математического моделирования течения газообразного теплоносителя в разветвлениях трубопроводов теплообменных аппаратов с допустимой степенью приближённости к реальному течению и сложностью необходимых вычислений — термодинамической модели докритического стационарного течения сжимаемого газа.

2. Получены аналитические решения задачи о течении в разветвлениях потоков газообразного теплоносителя в трубопроводах теплообменных аппаратов, в то время как ранее имели место только численные решения данной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. — М.: Наука, 1976. — 888 с.*
2. *Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. — М.: Недра, 1982. — 224 с.*
3. *Идельчик И.Е. Аэрогидродинамика технологических аппаратов. (Подвод, отвод и распределение потока по сечению аппаратов). — М.: Машиностроение, 1983. — 351 с.*
4. *Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. — М.: Машиностроение, 1975. — 427 с.*
5. *Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / Под ред. М.О. Штейнберга. — М.: Машиностроение, 1992. — 672 с.*
6. *Круглов М.Г., Меднов А.А. Газовая динамика комбинированных двигателей внутреннего сгорания. — М.: Машиностроение, 1988. — 360 с.*
7. *Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987. — 840 с.*
8. *Справочник по расчётам гидравлических и вентиляционных систем. / Под ред. А.С.Юрьева. — СПб: АНО НПО "Мир и семья", 2001. — 1154 с.*
9. *Шевелёв Ф.А. Таблицы для гидравлического расчёта стальных, чугунных, асбестоцементных, пластмассовых и стеклянных водонапорных труб. — М.: Стройиздат, 1973. — 112 с.*