Поснова Елена Борисовна,

учитель математики,

МОУ «Средняя общеобразовательная школа с. Кокшайск»,

Республика Марий Эл

ПРОБЛЕМНАЯ БЕСЕДА КАК ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА ОБУЧАЮЩИХСЯ К МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. Наблюдающаяся в последнее время общая тенденция снижения интереса к учению ставит перед школьным учителем серьезные задачи. В данной статье обратимся к практике подготовки и проведения проблемной беседы как наиболее эффективного вида урока.

Ключевые слова: проблемная ситуация, подпроблема, анализ, мотивация, алгоритм.

Изучение нового материала следует начинать с интересной практической или исторической задачи, позволяющей создать исходную проблемную ситуацию. В результате анализа проблемной ситуации формулируется проблема.

Основная проблема часто разбивается на ряд подпроблем, каждая из которых порождает свою проблемную ситуацию. Проблемная беседа, как правило, содержит от 2 до 5 проблем. Последние связаны с поиском решения основной проблемы, способа достижения цели.

Реальный процесс выхода из проблемной ситуации имеет, как правило, несколько направлений. Поэтому на уроке следует предусмотреть несколько способов и путей решения каждой подпроблемы.

Разрешение проблемных ситуаций имитирует реальный процесс мышления – открытие нового. А реальный процесс мышления, решения задач – не «накатанная дорога». В нем имеют место тупиковые ситуации, когда очередная гипотеза приводит:

1) Либо к очевидному противоречию;

2) Либо к невозможности продолжить решение в данном направлении из-за отсутствия необходимой базы.

Тупиковые ситуации заставляют обучающихся вернуться на исходную позицию и продолжить поиск, выдвигая новые гипотезы. Если обучающиеся, хотя и не предпринимают ложных шагов, но и не видят пути решения, то учитель инициирует действия, не позволяющие получить результат или приводящие к ошибке.

В процессе обучения возможны два способа предъявления материала, создающие проблемную ситуацию, или две схемы – историческая и логическая. Логическая – более краткая, отражающая результат исследования; историческая – более естественная, отражающая реальный процесс решения проблемы. Привлечение исторического материала для поисков решения проблемы при организации беседы дает ученику знание реальных путей выхода из проблемной ситуации, способствует повышению познавательного интереса и позволяет усилить ее проблемность.

Выполнение перечисленных требований к проблемной беседе позволяет внести в творческий процесс ее подготовки и проведения элементы алгоритмизации.

Вот несколько проблемных бесед, организованных по рассмотренной схеме.

Беседа первая

Тема **«Теорема Пифагора»**

Учитель предлагает решить следующую задачу, найденную у одного арабского математика XI века: На обоих берегах реки растет по пальме, одна против другой. Высота одной- 30 локтей, другой – 20 локтей; расстояние между их основаниями – 50 локтей. На верхушке каждой пальмы сидит птица. Внезапно обе птицы заметили рыбу, выплывшую к поверхности воды между пальмами; они кинулись к ней разом и достигли ее одновременно. На каком расстоянии от основания более высокой пальмы появилась рыба? (Рисунок 1)

Проблемная ситуация возникает при построении математической модели практической задачи. Она рассматривается с помощью вопросов: как на чертеже изображаются пальмы, расстояние между ними, путь каждой птицы, что означает факт, что птицы достигли рыбу одновременно.

Анализ ситуации позволяет заключить, что на данном этапе задачу решить нельзя, так как невозможно использовать равенство отрезков *DC* и *CE*, которые являются гипотенузами прямоугольных треугольников. Если бы зависимость между катетами и гипотенузой в прямоугольном треугольнике была известной, то можно было бы в каждом треугольнике выразить гипотенузу через катеты и приравнять полученные выражения.

Возникает проблема: существует ли зависимость между гипотенузой и катетами в прямоугольном треугольнике и, если существует, то как она формулируется. Для решения этой проблемы учитель организует поиск формулировки, предложив, например, обучающимся задание по рядам: построить прямоугольные треугольники с катетами 3 и 4; 12 и 5; 6 и 8; 8 и 15 и измерить гипотенузу. Результаты заносятся в таблицу

a	3	12	6	8
b	4	5	8	15
c	5	13	10	17

Далее выдвигаются и обсуждаются различные гипотезы. Если обучающиеся не увидят существующей зависимости, то учитель продолжает заполнять таблицу, находя квадраты соответствующих значений.

Следующая проблема возникает при доказательстве. Можно использовать различные доказательства, известные из истории математики, например, основывающиеся на чертежах, дошедших до нас из древних источников.

После доказательства теоремы Пифагора возвращаемся к решению исходной задачи.

В заключение этой проблемной беседы можно предложить обучающимсяответить на следующий вопрос:

В Древнем Египте после разлива Нила требовалось восстановить границы земельных участков, для чего на местности необходимо было уметь строить прямые углы. Египтяне поступали следующим образом: брали веревку, завязывали на равных расстояниях узлы и строили треугольники со сторонами, равными 3,4 и 5 таких отрезков. Правильно ли они поступали?

Далее следует построение математической модели, формулировка проблемы и поиск доказательства, что рождает новые проблемы.

Беседа вторая

Показ необходимости знания той или иной теоремы для решения задач и доказательства других теорем.

Перед доказательством теоремы «В равнобедренном треугольнике углы при основании равны» обучающимся предлагается решить задачу «В равнобедренном треугольнике *АВС* к основанию *АС* проведена медиана *ВК* (Рисунок 2). Докажите, что треугольник *АВК* равен треугольнику *СВК*» (Понятие высоты, биссектрисы и медианы треугольника были уже введены)

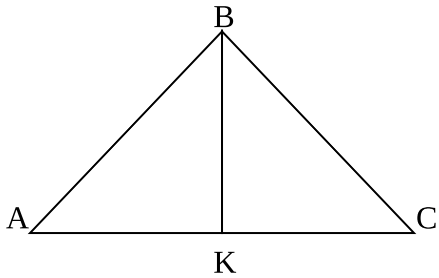

Рисунок 2.

Так как третьего признака равенства треугольников обучающиеся еще не знают, то эту задачу пока решить не могут. Но осуществляя вместе с ними поиск ее решения, мы мотивируем обучающихся к изучению сразу нескольких теорем: «В равнобедренном треугольнике углы при основании равны», «Свойство медианы равнобедренного треугольника» и «Третий признак равенства треугольников».

Выяснив с обучающимися, что треугольники *АВК* и *СВК* имеют по три соответственно равные стороны, обращаем их внимание на то, что признак равенства треугольников по трем сторонам еще не доказан. Доказав его, мы сможем решить эту задачу. Таким образом, изучение теоремы «Третий признак равенства треугольников» мотивировано.

Продолжаем поиск решения задачи. Выясняем, какие признаки равенства треугольников уже знаем (по двум сторонам и углу между ними и по стороне и прилежащим к ней углам). Обучающимся предлагается назвать любые пары соответственно равных сторон в треугольниках *АВК* и *СВК* и назвать те углы, равенство которых надо бы иметь, чтобы можно было утверждать, что треугольник *АВК* равен треугольнику *СВК.* Рассматриваем подробно каждый случай:

1) Стороны *АВ* и *АК* в треугольнике *АВК* равны соответственно сторонам *СВ* и *СК* в треугольнике *СВК*. Чтобы треугольник *АВК* был равен треугольнику *СВК* надо иметь еще равенство углов *ВАК* и *ВСК.* Обращаем внимание на то, какие это углы (углы при основании равнобедренного треугольника). Делаем вывод, что для решения задачи, достаточно доказать теорему «В равнобедренном треугольника углы при основании равны».

2) Стороны *АВ* и *ВК* в треугольнике *АВК* равны соответственно сторонам *СВ* и *ВК* в треугольнике *СВК*. Чтобы треугольники *АВК* и *СВК* были равны надо иметь еще равенство углов *АВК* и *СВК*.

Выясняем, что если угол *АВК* равен углу *СВК,* то отрезок *ВК* (кроме того, что он медиана!)в равнобедренном треугольникеявляется еще и биссектрисой. Видимо, имеет место теорема «В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой»

3) Стороны *ВК* и *КА*в треугольнике *АВК* равнысоответственно сторонам*ВК* и *КС* в треугольнике *СВК*. Чтобы треугольники *АВК* и *СВК* были равны, должны быть равными углы *ВКА* и *ВКС*.

Устанавливаем, что если углы *ВКА* и *ВКС* равны, то каждый из них прямой, а значит отрезок *ВК* является высотой треугольника *АВС*. Следовательно, можно доказать еще одну теорему «В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является высотой»

Подводим итог беседы. Отмечаем, что пока у нас нет знаний, чтобы решитьданную задачу. Но мы можем«добыть» эти знания. Каким образом? Докажем несколько теорем, которые пригодятся для решения не только этой задачи, но и других.

Опыт работы показывает, что оба приведенных примера мотивации изучения теорем активизируют познавательную деятельность обучающихся, способствуют осознанному усвоению изучаемого материала и привитию интереса к математике.

Беседа третья

Тема: **«Сумма первых членов арифметической прогрессии»**

Для создания проблемной ситуации обучающимся предлагается старинная задача: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равняется $\frac{1}{8}$ меры».

Далее учитель сообщает, что эта и подобные задачи в древности решались следующим образом:

10 мер:10 = 1 мера – средняя доля;

1 мера + 1 мера =2 меры – удвоенная средняя доля.

Удвоенная средняя доля – это сумма долей пятого и шестого человека.

$1\frac{7}{8} = 2$меры - $\frac{1}{8}$ меры – удвоенная доля пятого человека,

$1\frac{7}{8} : 2 = \frac{15}{16}$меры – доля пятого человека и т. д.

Такие задачи, а также задачи, связанные с разделом имущества или наследства, приводят к понятию арифметической и геометрической прогрессий, которые встречаются в египетских папирусах, относящихся ко второму тысячелетию до н. э.

Задачей урока является получение зависимости суммы членов прогрессии от их числа и проверки того, верно ли в древности решали приведенную задачу.

Попытаемся вначале найти сумму двадцати последовательных натуральных чисел, начиная с единицы. Если ученики будут предлагать выполнить сложениенепосредственно, то следует сказать, что в данном случае важно получить идею нахождения суммы для любого количества членов, которое может быть достаточно большим. Затем учитель рассказывает легенду о маленьком Гауссе и предоставляет обучающимся время для вычислений. Результат получен. Но известно, что ученик Гаусс сложил эти числа за 1 мин. Учитель помогает ученикам выяснить, что эти числа образуют арифметическую прогрессию, разность которой равна 1. Если обучающиеся не заметили закономерность, то учитель поясняет, что сумма двух членов, равноотстоящих от концов последовательности, равна 21; таких сумм 10.

Итак, сумма всех двадцати членов прогрессии: $S = (1 + 20) \cdot 10$.

В общем виде: $S = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{a}$.

Следующая проблема создается следующим вопросом: Как изменятся наши рассуждения, если таких чисел 21?

Наконец выясняется, как поступить, если требуется найти сумму *n* последовательных членов арифметической прогрессии, знаменатель которой отличен от1.

Получаем окончательную формулу: $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

После чего возвращаемся к исходной задаче.

Как можно видеть из приведенных проблемных бесед, обучающиеся становятся очевидцами возникновения проблем, участниками их постановки и решения, соавторами небольших теорий, исследователями полученных закономерностей. Структура темы учебника становиться более понятной, а само ее изучение проходит в форме решения интересных практических и познавательных задач. Используемый исторический материал приобретает живую окраску. Существенное увеличение времени на подготовку урока оправдано интересом обучающихся к предмету.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бартенев Ф.А. Нестандартные задачи по алгебре. – М., 1979.

2. Возняк Г.М., Маланюк Е.П. Прикладная направленность школьного курса математики. – Киев, 1972.

3. Перельман Я.И. Живая математика. – Москва 1974.

4. Смышляев В.К. О математике и математиках. – Йошкар-Ола, 1977.