

# ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

УДК 621.89

*Заковоротный Вилор Лаврентьевич,*

*д.т.н, профессор,*

*Колодкин Павел Сергеевич,*

*магистрант,*

*ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет»,*

*г. Ростов-на-Дону*

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТРИБОСИСТЕМЫ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗБИРАТЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

**Аннотация.** Известно, что во многих системах трения в ходе их функционирования за счет материального обмена между контактируемыми парами и смазкой на поверхностях контакта формируется сервовитная пленка, которая существенно снижает коэффициент трения. При этом образуется процесс избирательного переноса, вызывающий эффект безызносности контактируемых пар. Для образования избирательного переноса в зоне сопряжения контактируемых поверхностей необходима некоторая мощность необратимых преобразований подводимой энергии. Сам процесс образования сервовитной пленки является эволюционным. В ходе эволюции изменяются параметры динамической связи, формируемой в узле трения. Следовательно, изменяются и динамические свойства системы. В статье впервые анализируется динамика трибосистемы в процессе образования избирательного переноса. Приводится математическая модель динамической системы с учетом эволюционно изменяющейся сервовитной пленки, формирование которой определяется фазовой траекторией мощности необратимых преобразований в зоне сопряжения по совершенной работе. Приводится анализ результатов исследования.

**Ключевые слова:** динамическая система трения, избирательный перенос эволюция, устойчивость.

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

**Введение.** После опубликования работ И. Пригожина [1 - 3] и Г. Хакена [4,5], многие вопросы функционирования технических систем взаимодействующих с различными средами (гидродинамической, аэродинамической, процессом обработки резанием на металлорежущих станках и пр.), стали рассматриваться под углом зрения их самоорганизации [6 - 10]. Это связано с тем, что система в этом случае в процессе движения является открытой в термодинамическом представлении. Координаты ее состояния включают многие физические процессы, которые взаимодействуют с координатами состояния среды и между собой. В результате имеет место обмен со средой информацией, материалом, энергией и пр. Здесь возможны когерентные взаимодействия различной физической природы, то есть явления синергетики. Типичным примером самоорганизации является эффект избирательного переноса, открытый И.В. Крагельским и Д.Н. Гаркуновым еще в 1956 году [11]. Идеи же самоорганизации были сформулированы еще в 60-х годах XX века Б.И. Костецким [12] и развиты в работах по структурной приспособляемости совместно с Л.И. Бершадским [14], Н.А. Буше [13]. Изучению формирования сервовитной пленки в трибосистеме при ее выходе на режим избирательного переноса посвящено множество исследований [15 - 20]. Показано, что для формирования избирательного переноса необходимы не только определенные трибохимические реакции, но и некоторая траектория мощности необратимых преобразований в области сопряжения система – среда [15 - 21]. Отмечается, что при выходе на режим избирательного переноса наблюдаются явления автоколебаний, а также в некоторых случаях формирования хаотических притягивающих множеств деформационных смещений контактируемых пар [15, 19, 21]. Таким образом, при изучении перехода на режим избирательного переноса необходимо рассматривать динамику трибосистемы. В статье рассматривается математическое моделирование системы, в которой формирование сервовитной пленки

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

связывается с траекторией мощности необратимых преобразований по совершенной в контакте работе.

**Математическое моделирование системы.** При математическом моделировании воспользуемся ранее полученными результатами [15, 21, 24]. Будем пользоваться упрощенной моделью двух механических подсистем со стороны индентора и образца. Ранее показано, что основные динамические свойства системы моделируются в следующей аксиоматике: образец является абсолютно жестким; деформации индентора рассматриваются в плоскости, нормальной к контактируемой поверхности и проходящей через направление скорости относительного скольжения. Тогда модель системы для первых форм колебательных смещений представляется уравнением (рис. 1)

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F_{\Sigma}(t), \quad (1)$$

где  $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$ ,  $h = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$ ,  $c = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$  - положительно определенные,

симметричные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов;

$X = \{X_1, X_2\}^T$  - вектор деформационных смещений вершины индентора;

$F_{\Sigma}(t) = \{F_{1,\Sigma}(t), F_{2,\Sigma}(t)\}^T$  - вектор сил, действующих на вершину индентора.

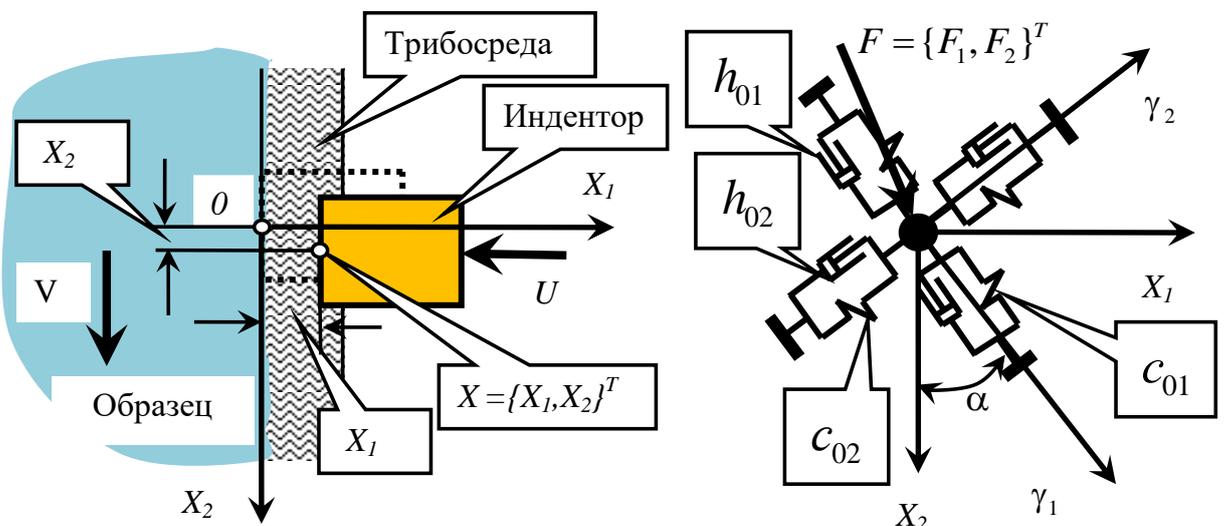


Рис. 1. Схема динамической системы трения

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

Чтобы раскрыть динамическую систему необходимо силы  $F_{\Sigma}(t)$  представить в координатах состояния. Для этого введем в рассмотрение понятие трибосреда, - это третье тело, которое формируется в переходной зоне между контактируемыми поверхностями. При сближении контактируемых поверхностей изменяются условия их взаимодействий, проявляющиеся во многих физических процессах (изменяется фактическая площадь контакта, производство тепла, коэффициент трения, условия молекулярного взаимодействия, процессы диффузии и пр.) [25 - 27]. Однако первичными причинами всех изменений являются взаимодействия, обусловленные механикой контакта [25]. Тогда за счет изменения фактической площади контакта при сближении поверхностей непропорционально быстро возрастают силы нормального давления, которые препятствуют сближению поверхностей. Моделирование этих сил [21], удобно рассматривать в виде следующей функции сближения

$$F_1(X_1) = F_{1,0} \exp[-\alpha(X_1)] - U, \quad (2)$$

где  $\alpha$  - коэффициент крутизны нарастания силы контактного взаимодействия в  $[мм^{-1}]$ ;  $U$  - внешняя сила. Там же показано, что при формировании сервопитной пленки в функции сближения образуется потенциальный барьер, который фактически определяет несущую способность узла трения. Формирование потенциального барьера удобно представить дополнительной функцией

$$\Phi_1(X_1) = \Phi_{1,0} \exp[-\alpha_1(X_1 - X_{1,0})^2], \quad (3)$$

где  $\alpha_1$  - параметр, характеризующий крутизну потенциального барьера в  $[мм^{-2}]$ ;  $X_{1,0}$  - координата потенциального барьера;  $\Phi_{1,0}$  - эволюционный параметр в  $[кг]$ . Таким образом, функция сближения есть сумма  $F_{1,\Sigma}(X_1) = \Phi_1(X_1) + F_1(X_1)$ . При моделировании тангенциальной составляющей силы примем во внимание, что при формировании сервопитной пленки силы трения на порядок меньше. Поэтому

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

$$F_{2,\Sigma}(t) = \begin{cases} k_T^{(1)} F_{1,\Sigma}(t), \text{ при } X_1 < X_{1,0}; \\ k_T^{(2)} F_{1,\Sigma}(t), \text{ при } X_1 > X_{1,0}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $k_T^{(1)} \gg k_T^{(2)}$ .

В дальнейшем принята гипотеза о формировании потенциального барьера в зависимости от траектории мощности необратимых преобразований. Причем, на  $\Phi_{1,0}$  оказывает влияние не только текущее значение мощности, но и его предыстория. Поэтому справедливо ее представление в виде следующего интегрального уравнения Вальтерры второго рода

$$\Phi_{1,0}(N) = \beta_1 N + \beta_2 \int_0^t w(t-\xi) N(\xi) d\xi, \quad (5)$$

где  $N = F_2(V + dX_2 / dt)$  - мощность необратимых преобразований;  
 $w(t-\xi) = \exp[-\frac{1}{T_w}(t-\xi)]$  - ядро интегрального оператора, учитывающее влияние предыстории мощности,  $T_w$  - параметр в [с], характеризующий наследственность во времени влияния мощности на потенциальный барьер. Уравнения (1) – (5) характеризуют математическую модель динамической системы трения с учетом эволюции ее свойств при образовании сервовитной пленки.

**Изменение динамических свойств системы в зависимости от условий трения.** Рассмотрим пример изменения свойств системы в зависимости от стадий эволюционного преобразования (рис. 2). На иллюстрации приведены четыре стадии. На начальной стадии (первая иллюстрация на рис.2) в системе формируется единственная точка равновесия, которой соответствует трение с традиционным коэффициентом трения в пределах (0,2-0,3). Причем, эта точка обладает свойством глобального притяжения. Затем (вторая иллюстрация на рис. 2) при формировании сервовитной пленки на начальной стадии образуется две точки равновесия ( $X_{1,1}, X_{1,2}$ ). Области притяжения этих точек являются ограниченными. Область притяжения точки  $X_{1,1}$ , ограничена седлообразной сепара-

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

триссой. Вся остальная область характеризуется притяжением к точке  $X_{1,2}$ . Важно подчеркнуть, что в точке равновесия  $X_{1,2}$  уже сформирована сервовитная пленка, но ее свойства не позволяют обеспечить притяжение траекторий всего фазового пространства. Поэтому в зависимости от начальных условий или возмущений (например, флуктуаций) возможно формирование свойств узла трения, которые принципиально отличаются друг от друга. В дальнейшем (третья иллюстрация на рис.2) область, ограниченная седлообразной сепаратриссой уменьшается и исчезает полностью (четвертая иллюстрация). В последнем случае толщина сервовитной пленки возрастает, что моделируется увеличением потенциального барьера, и вторая точка равновесия приобретает свойства глобального притяжения. В этом случае в системе формируется стабильный избирательный перенос. Иллюстрации характеризуют стадии медленного по времени формирования сервовитной пленки без учета эволюции. Однако в зависимости от внешних условий (скорости относительного скольжения  $V_0$ , силы  $U$ , исходного состояния поверхности контактируемых тел и пр.) имеет место эволюция системы во времени.

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

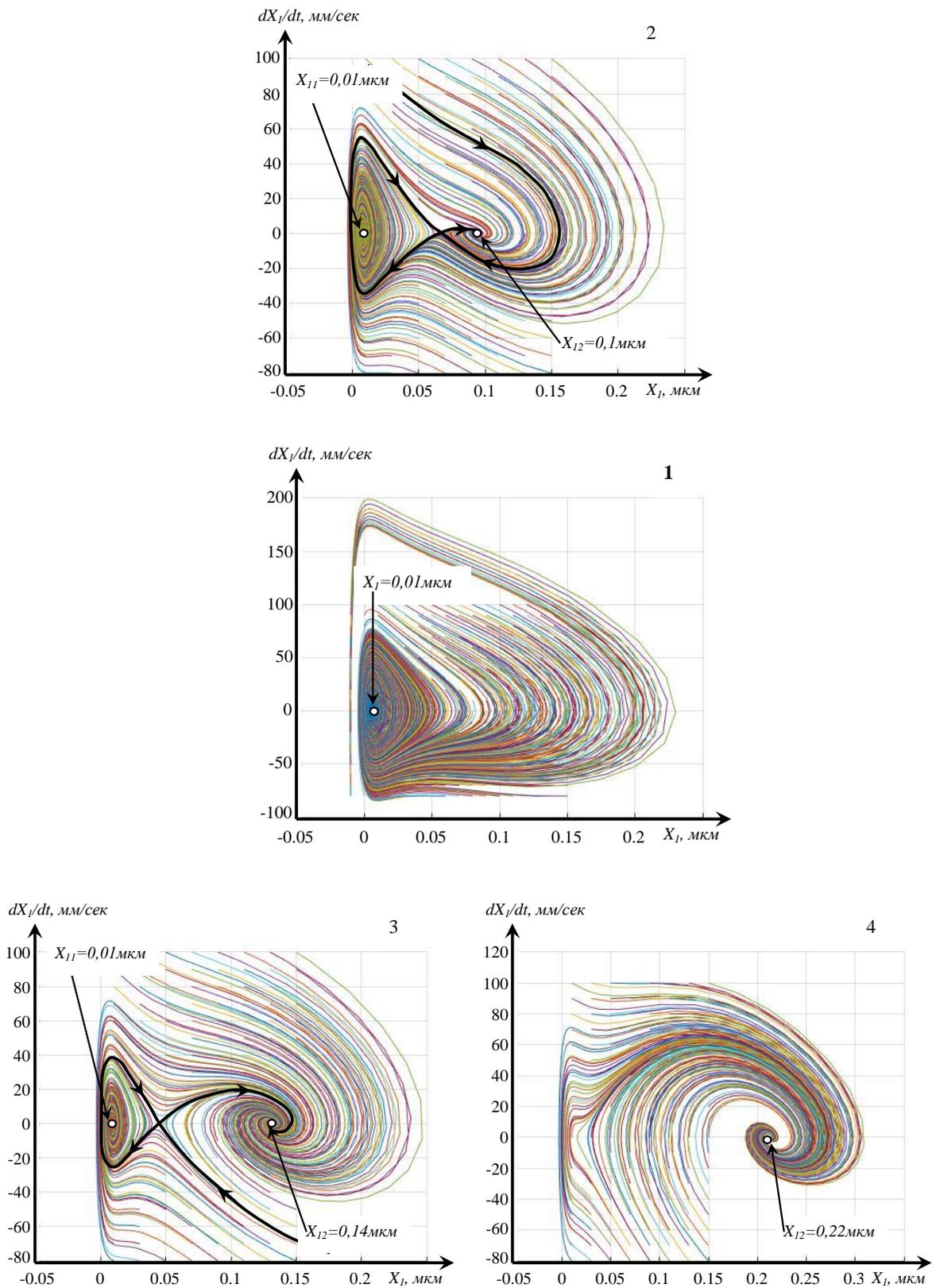
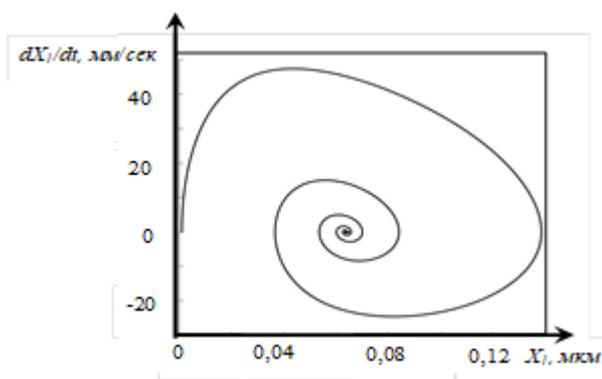


Рис. 2. Преобразование проекций фазовых траектория на плоскость  $X_1$ - $dX_1/dt$

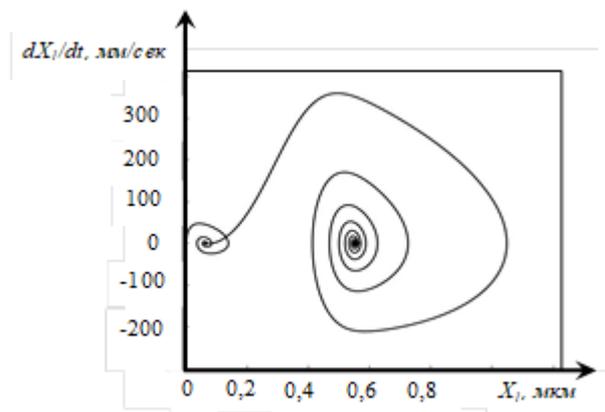
На эволюцию, моделируемую уравнением (5), оказывают влияние множество физических факторов, интегральный учет которых определяется ядром

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

интегрального оператора. Поэтому при варьировании внешних условий, например, скорости относительного скольжения необходимо учитывать влияние скорости на параметры интегрального оператора, а также на траекторию мощности необратимых преобразований. Экспериментально показано, что при увеличении скорости параметр  $T_w$  в (5) уменьшается. Кроме этого силы трения, следовательно, траектория мощности необратимых преобразований, зависят от скорости относительного скольжения. Заметим, что именно время, потребное на установление стационарной сервовитной пленки, определяет один из показателей, позволяющих идентифицировать параметры ядра интегрального оператора. Не останавливаясь на деталях, приведем пример изменения фазовых траекторий деформационных смещений в направлении  $X_1$  при варьировании скорости относительного скольжения (рис. 3).



a



b

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

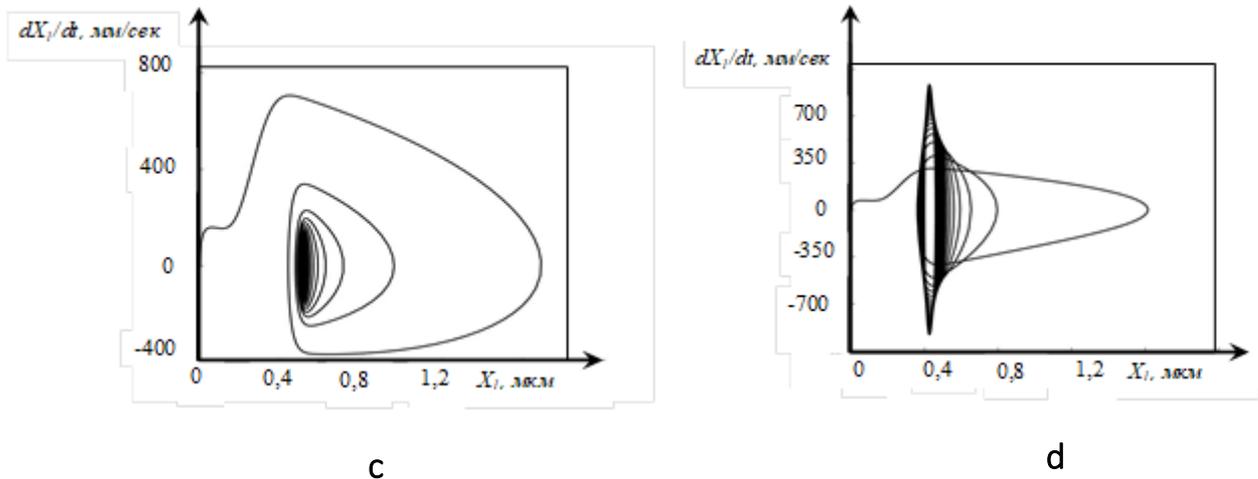


Рис. 3. Преобразование проекций фазовых траектория на плоскость  $X_1-dX_1/dt$  в зависимости от параметра  $T_w$  интегрального оператора и скорости относительного скольжения  $V_0$ : а -  $T_w = 1 \text{ сек}$ ,  $V_0 = 0,05 \text{ м/сек}$ ; б -  $T_w = 0,5 \text{ сек}$ ,  $V_0 = 0,2 \text{ м/сек}$ ; в -  $T_w = 0,1 \text{ сек}$ ,  $V_0 = 1 \text{ м/сек}$ ; г -  $T_w = 0,01 \text{ сек}$ ,  $V_0 = 2 \text{ м/сек}$ .

Как видно (рис.3 «а»), при малой скорости относительного скольжения точка равновесия, находящаяся на первой ветви функции сближения (она соответствует значению 0,07 мкм), характеризует точку глобального притяжения в фазовом пространстве. Процесс избирательного переноса не формируется. При дальнейшем увеличении скорости (рис. 3 «б») вначале точка равновесия находится в непосредственной близости к поверхности образца, а затем за счет формирования сервовитной пленки переходит в точку, расположенную на правой ветви функции сближения. Режим избирательного переноса в этом случае является нестабильным. В дальнейшем (рис. 3 «в») формируется стабильная сервовитная пленка, а точка равновесия обладает свойством глобального притяжения. Наконец, при дальнейшем увеличении скорости относительного скольжения (рис. 3 «г») точка равновесия теряет устойчивости и в ее окрестности формируется орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл. Таким образом, в рассматриваемом примере образуется устойчи-

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

вый избирательный перенос в ограниченной области параметрического пространства.

**Заключение.** Приведенные данные показывают, что на формирование сервовитной пленки в узле трибоконтакта оказывает влияние не только трибохимические характеристики контактируемых поверхностей, но и параметры взаимодействующих через трибосреду подсистем со стороны индентора и образца. Например, изменение матриц жесткости подсистемы индентора приводит к вариациям мощности необратимых преобразований, и, следовательно, к изменению условий перехода трибосистемы на режим избирательного переноса. Существует ограниченная область параметрического пространства динамических систем, в которых образование избирательного переноса является правилом.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пригожин И., Стенгерс И. *Порядок из хаоса.* – М.: Прогресс, 1986.
2. Пригожин И., Стенгерс И. *Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой.* – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 432 с.
3. Пригожин И. *От существующего к возникающему.* – М.: Наука, 1985. – 296 с.
4. Хакен Г. *Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах.* – М.: Мир, 1985. – 424 с.
5. Хакен Г. *Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии.* – М., Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. – 320 с.
6. Эбилинг В., Энгель А., Файстель Р. *Физика процессов эволюции. Синергетический подход.* – М: УРСС, 2001. – 328 с.
7. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. *Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в ходе эволюции свойств процесса обработки // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика.* – 2018. – Т. 26. – № 5. – С. 20-38.

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

8. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2017. – № 2 (194). – С. 52-61.
9. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamics system of cutting // Journal of Sound and Vibration. – 2016. – Т. 368. – С. 174-190.
10. Заковоротный В.Л., Губанова А.А., Лукьянов А.Д. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования // СТИН. – 2016. – № 4. – С. 32-40.
11. Гаркунов Д.Н., Крагельский И.В. Эффект избирательного переноса (эффект безызносности): научное открытие № 41, приоритет 12.11.1956.
12. Костецкий Б.И. Структурно-энергетическая приспособляемость материалов при трении // Трение и износ. – 1985. – №2 (6). – С. 201-212.
13. Буше Н.А., Копытько В.В. Совместимость трущихся поверхностей. – М.: Наука, 1981. – 128 с.
14. Бершадский Л.И. Самоорганизация трибосистем и концепция износостойкости // Трение и износ. – 1992. – № 6 (13). – С. 1077 – 1094.
15. Кужаров А.С., Заковоротный В.Л. Самоорганизация при трении. В сборнике: Трибология. Состояние и перспективы сборник научных трудов. В 2-х томах. – Уфа, 2016. – С. 68-82.
16. Gershman I.S. Formation of secondary structures and the self-organization process of tribosystems during friction with the collection of electric current. // Self-Organization During Friction. Advanced Surface Engineered Materials and Systems Designed. London – New York, 2006. – P. 197 – 230.
17. Гершман И.С. Синергетический подход к описанию и управлению изнашиванием. В сборнике: Трибология. Состояние и перспективы сборник научных трудов. В 2-х томах. – Уфа, 2016. – С. 82- 87.
18. Gershman I.S., Bushe N.F. Thin films and self-organization during friction under the current collection conditions/ Surface and Coating Technology/ 2004. – № 185. – P. 405-411.
19. Кужаров А.С., Марчак Р. Особенности эволюционного перехода трибологической системы латунь-глицерин-сталь в режиме безызносного трения // Доклады РАН РФ. – 1997. – №5 (354). – С. 642 – 644.

## ИННОВАЦИИ В НАУКЕ: ПУТИ РАЗВИТИЯ

20. Кужаров А.С. Концепция безизносности в современной трибологии. Известия вузов. Северо-Кавказский регион. – 2013. – № 6. – С. 324-335.
21. Заковоротный В.Л. Динамика трибосистем. Самоорганизация, эволюция. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2003. – 502 с.
22. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. – М.: Гостехиздат, 1955. – 176 с.
23. Анпель П. Теоретическая механика. Т.2. – М.: Физматгиз, 1960. – 487 с.
24. Заковоротный В.Л., Шаповалов В.В. Динамика транспортных трибосистем // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2005. – № 12. – С. 19-24.
25. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. – М.: Наука, 2001. – 478 с.
26. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю. Адгезионное взаимодействие упругих тел // Прикладная математика и механика. – 2001. – Т. 65. – Вып. 2. – С. 279-289.
27. Мышкин Н.К., Петроковец М.И. Трение, смазка и износ. – М.: Физматлит, 2007. – 368 с.