

**Мендель Василий Викторович,**

преподаватель кафедры Математики и ИТ,

ФГБОУ ВО ТОГУ,

г. Хабаровск

## **ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ВАКЦИНАЦИИ НА СГЛАЖИВАНИЕ ПОВТОРНЫХ ВОЛН ЭПИДЕМИИ С ПОМОЩЬЮ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФЕКЦИЙ**

**Аннотация.** В статье описано применение имитационной модели распространения инфекции (SEIR) дополненной параметрами: продолжительность иммунитета и функция вакцинации к изучению влияния интенсивности вакцинации на повторные волны болезней распространяющихся по принципу эпидемии.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, имитационное моделирование, SEIR, распространения инфекции.

В связи со сложившейся эпидемиологической ситуацией в мире в 2020-2021 годах, большое внимание уделяется характеристикам, связанным с личным и коллективным иммунитетом, таким как продолжительность действия иммунитета и его надежность. От этих параметров зависит регулярность и интенсивность повторных всплесков эпидемии. Управление процессом иммунизации позволяет скорректировать меры для смягчения или предотвращения новых волн эпидемии.

Ранее в статье [3] была представлена имитационная модель распространения инфекции в популяции. В основу модели легла классическая SEIR модель [6]. Предлагаемая здесь модель позволяет более полно учитывать иммунизацию населения.

**Современная наука и образование:  
новые подходы и актуальные исследования**

Ниже представлена система дифференциальных уравнений описывающая рассматриваемый процесс в статье [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE(t)}{dt} = F(t) - F(t - \lambda), \\ \frac{dS(t)}{dt} = -F(t), \\ \frac{dI(t)}{dt} = F(t - \lambda) - F(t - \lambda - \tau), \\ \frac{dD(t)}{dt} = p_d F(t - \lambda - \tau), \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\text{где } F(t) = \begin{cases} 2ksp_i \frac{I(t)}{n} \frac{S(t)}{n} \Delta t_0, t > 0, \\ E(0), t = 0, \\ 0, t < 0. \end{cases}$$

В приведенной системе функции, являющиеся решением системы уравнений обозначают следующее:  $S(t)$  – количество подверженных заражению (тех, кто может заразиться),  $E(t)$  – количество зараженных, но еще не заразных,  $I(t)$  – количество инфицированных в данный момент,  $D(t)$  – количество погибших.

Параметры, используемые в модели:  $n$  – всего агентов,  $s$  – количество социальных контактов за единицу времени,  $\lambda$  – продолжительность латентного периода,  $\tau$  – продолжительность периода болезни,  $p_i$  – вероятность заразиться при контакте с носителем инфекции,  $p_d$  – вероятность смерти в результате болезни,  $k$  – некоторый коэффициент.

В предположениях, которые лежат в основе модели (1) считаем, что иммунитет бессрочен и является полностью надежным, то есть повторные заражения исключены. При этом существует ряд болезней, для которых такие предположения неверны (например, сезонный грипп). Для корректировки модели с учетом этого факта добавим к имеющейся модели два параметра:

**Современная наука и образование:  
новые подходы и актуальные исследования**

1) Параметр  $\delta$  – представляет длительность периода, на котором действует приобретенный иммунитет.

2) Параметр  $p_r$  – это вероятность того, что иммунитет не сработает.

Таким образом в дополненной имитационной модели каждый носитель иммунитета снова становится восприимчивым к заражению через время  $\delta$  после того, как он получил иммунитет. Так же агент, обладающий иммунитетом может заразиться при контакте с инфицированным (носителем) с вероятностью  $p_i p_r$ , в общем случае отличной от нуля.

Дополнительно будем рассматривать функцию от времени  $Im(t)$  показывающую количество агентов с иммунитетом, полученным в результате болезни. Эта функция становится значимой, когда вероятность  $p_i p_r$  отлична от нуля, тогда величина  $Im(t) p_i p_r$  даёт ощутимый вклад в общее число новых случаев заражения.

### **Исследование новых параметров**

На примере нескольких вариантов наборов параметров, рассмотрим, как изменится поведение имитационной модели.

**Модель 1 (M1).** Параметры:  $n=400$ ,  $s=200$ ,  $\lambda=1$ ,  $\tau=11$ ,  $p_i=0.15$ ,  $p_d=0.01$ .

*Версия первая (V1).* Бессрочный иммунитет, нет вероятности повторного заражения.

*Версия вторая (V2).* Длительность иммунитета  $\delta=50$ , вероятность, что иммунитет не сработает  $p_r=0$ .

*Версия третья (V3).* Длительность иммунитета  $\delta=50$ , вероятность, что иммунитет не сработает  $p_r=0.2$ .

## Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования

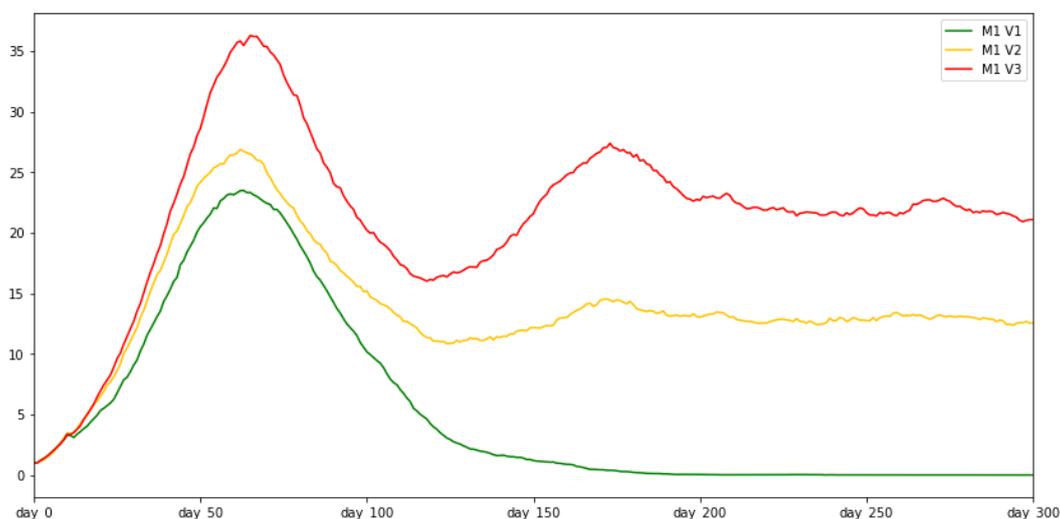


Рисунок 1. Модель 1

В первом случае наблюдается нормальное распределение числа инфицированных и имеет место только одна волна эпидемии. Во втором и третьем случае виден повторный рост, при этом в случае, когда иммунитет не надежен, спад идет значительно медленнее. Все это влияет на общее число случаев заражения, которые соответственно равны: 144, 395 и 593, за указанный период.

Для более полной картины рассмотрим вариант болезни, передающейся с большей эффективностью за счет большего числа социальных контактов и имеющую больший латентный период.

**Модель 2 (M2).** Параметры:  $n=400$ ,  $s=250$ ,  $\lambda=2$ ,  $\tau=15$ ,  $p_i=0.15$ ,  $p_d=0.01$ .

*Версия первая (V1).* Бессрочный иммунитет, нет вероятности повторного заражения.

*Версия вторая (V2).* Длительность иммунитета  $\delta=50$ , вероятность, что иммунитет не сработает  $p_r=0$ .

*Версия третья (V3).* Длительность иммунитета  $\delta=50$ , вероятность, что иммунитет не сработает  $p_r=0.2$ .

## Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования

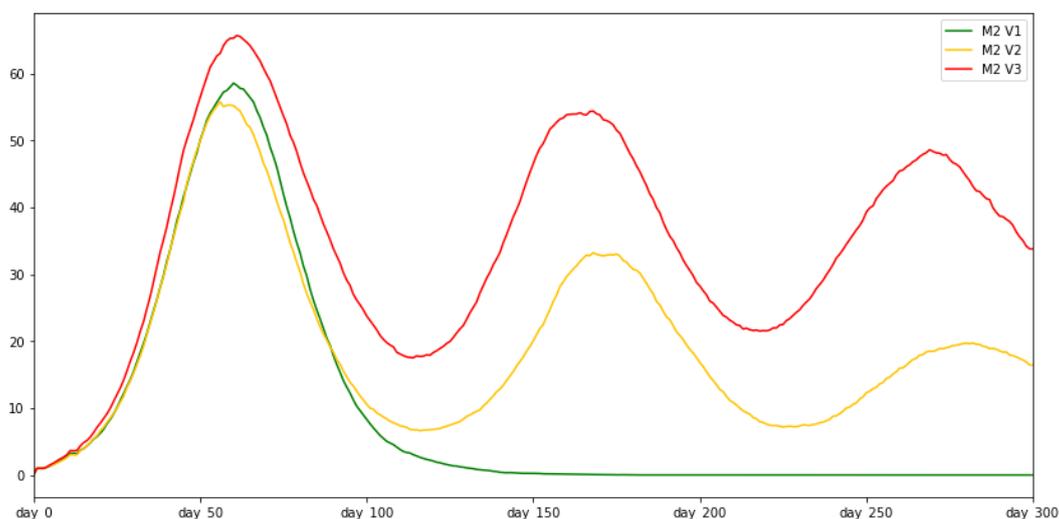


Рисунок 2. Модель 2

В случае более эффективного распространения инфекции, разница в поведении решения выражена более ярко, при этом общий тренд сохраняется. В первом случае мы так же имеем нормальное распределение числа инфицированных, а во втором и третьем случае есть четко выраженная вторая волна эпидемии, связанная с тем, что у значительного числа агентов, переболевших на ранних этапах, снова появилась восприимчивость к заражению.

Для сравнения приведем общее число случаев заражения для каждого варианта за выбранный промежуток времени. Оно равно 255, 538 и 968 соответственно.

**Функция вакцинации.** Одним из ключевых методов борьбы с повторными волнами распространения инфекции является вакцинация населения. Вакцинация является самым безопасным способом уменьшения числа восприимчивых к болезни. С помощью дополненной имитационной модели будем исследовать влияние интенсивности вакцинации на общий ход эпидемии и в частности на повторные волны заражения.

Функция вакцинации зависит от времени и, вообще говоря, может быть функцией любого вида. Для простоты, будем считать, что она имеет

## Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования

нулевое значение на всем протяжении эпидемии, кроме периода вакцинации, ограниченного некоторым временным отрезком. На этом отрезке функция, будет константой.

Описанная функция полностью характеризуется тремя параметрами: *время начала вакцинации, количество вакцинаций за единицу времени и критерий остановки*. В качестве критерия остановки возьмем процент агентов от общего числа не имеющих иммунитета на данный момент.

Одним из ключевых факторов влияния вакцинации на ход эпидемии является начало периода вакцинации. Рассмотрим вакцинации на начальном этапе эпидемии (когда заражено 10 процентов от всех агентов) и на пике эпидемии (когда достигнута высшая точка числа зараженных на текущий момент). В действительности ситуация, когда вакцинация начата на старте эпидемии практически не возможна, но она полностью соответствует ситуации, когда вакцинация начата на старте второй волны эпидемии и при изучении эти ситуации взаимозаменяемы.

**Исследование эффекта от функции вакцинации.** Для удобства будем рассматривать эффект функции вакцинации на модели ***M2***, так как в этом случае ярко выражены повторные волны распространения болезни. Стоит отметить, что эффект будет сохраняться и для других моделей.

Рассмотрим вариант вакцинации с интенсивностью  $2/400$  от общего числа агентов. Для него исследуем по три случая для версий *V2* и *V3*. 1) Вакцинация отсутствует, 2) Старт вакцинации на начальном этапе, 3) Старт вакцинации на пике эпидемии.

## Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования

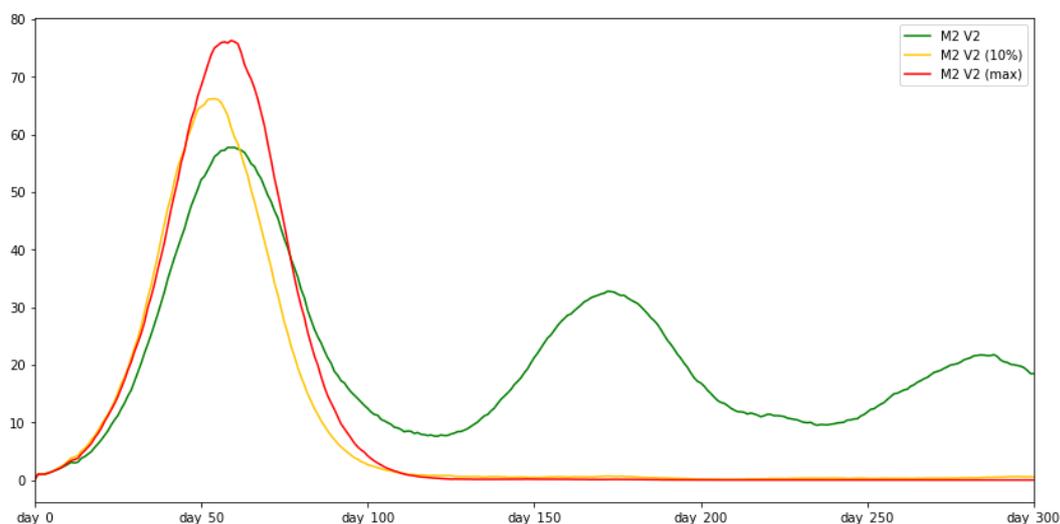


Рисунок 3. Модель 2, версия 2. Функция вакцинации

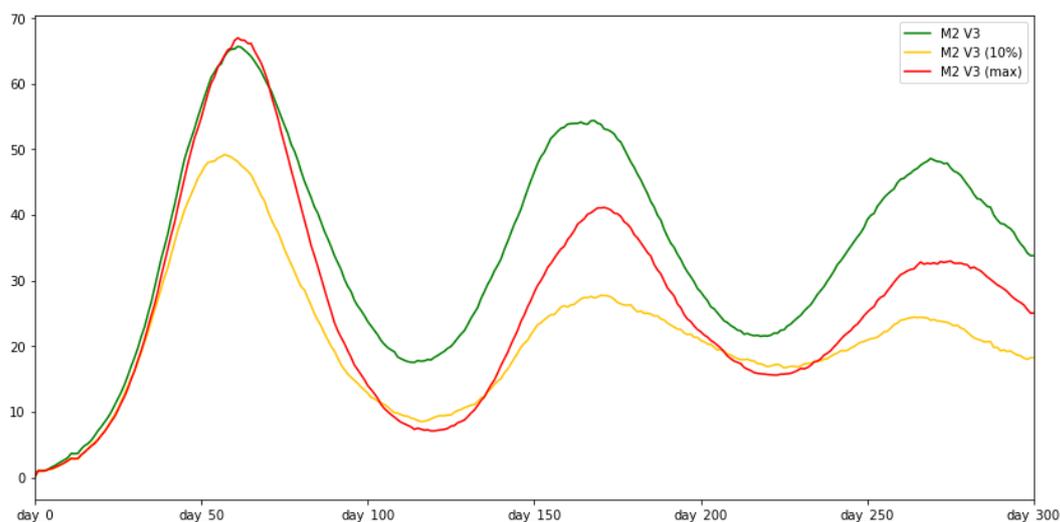


Рисунок 4. Модель 2, версия 3. Функция вакцинации

В случаях V2 и V3 вариант с вакцинацией на старте предпочтительней. Снижается общее число случаев заражения. При этом для случая V2 поздняя вакцинация так же эффективно предотвращает возникновение повторных пиков заражения, для V3 такого эффекта получить не удаётся.

**Оценка оптимального темпа вакцинации.** Для сравнения эффективности, рассмотрим ещё по два варианта темпа вакцинации для каждого случая. Скорость вакцинации  $1/400$  и  $4/400$  за единицу времени. Будем сравнивать общее число случаев заражения.

## Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования

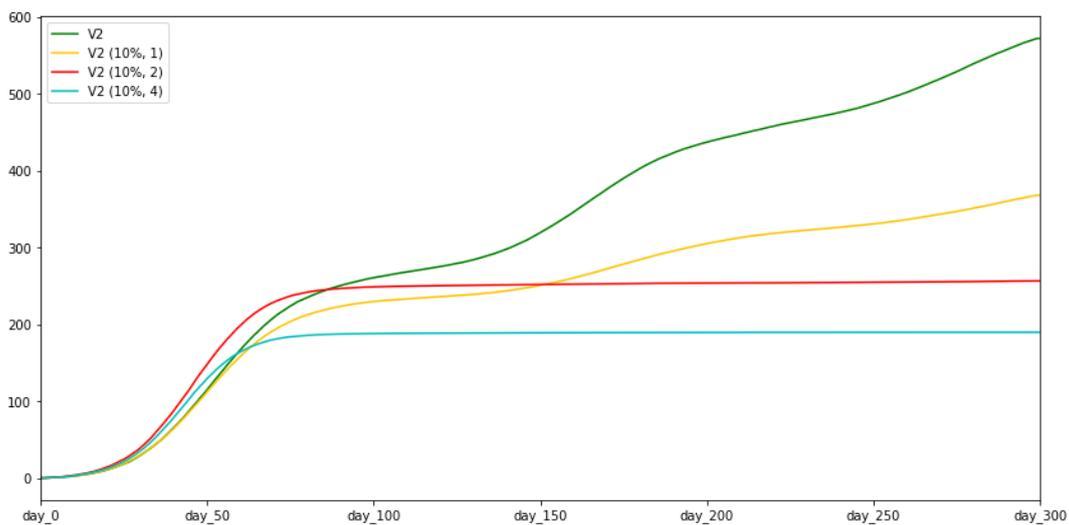


Рисунок 5. M2 V2. Сравнение общего числа случаев заражения при вакцинации в начале волны

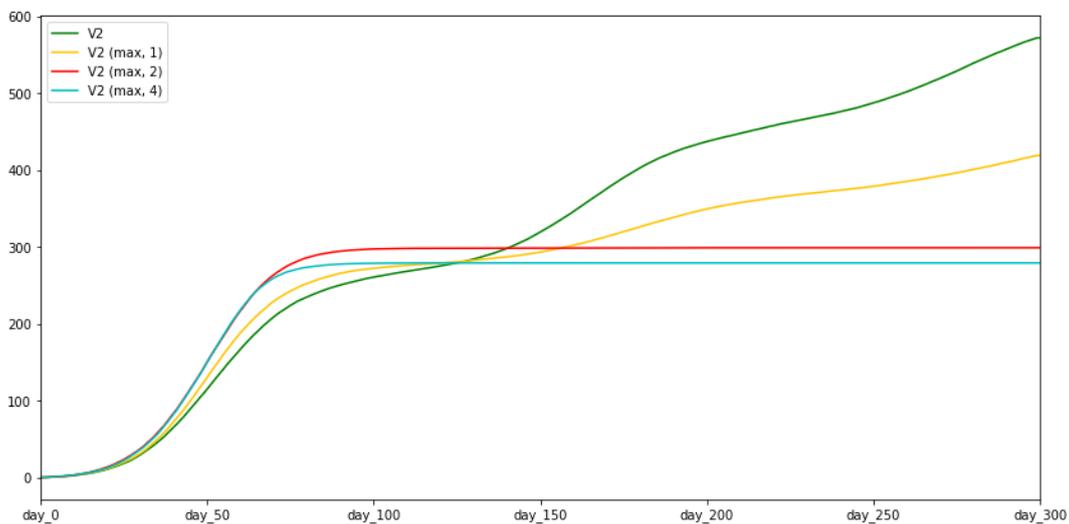


Рисунок 6. M2 V2. Сравнение общего числа случаев заражения при вакцинации на пике волны

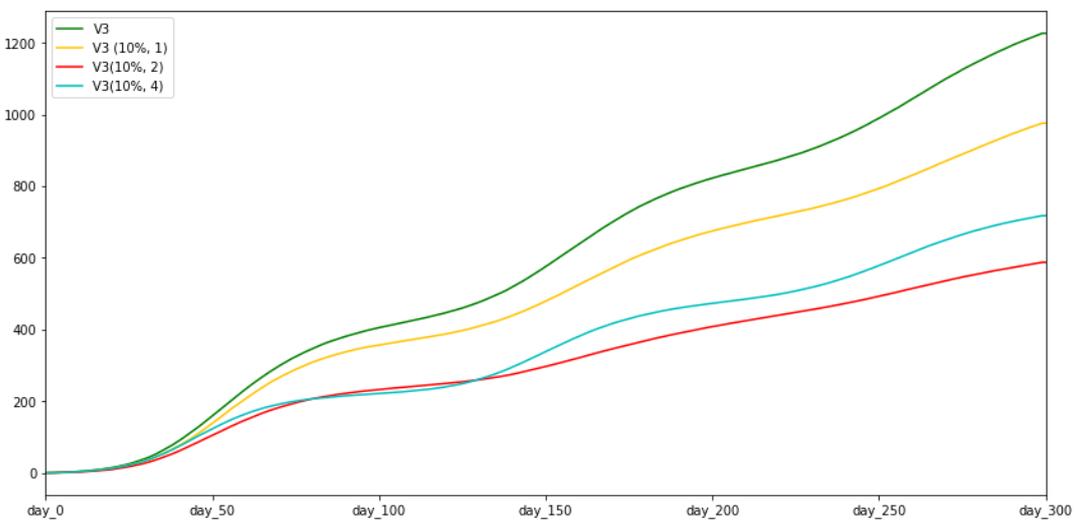


Рисунок 7. M2 V3. Сравнение общего числа случаев заражения при вакцинации в начале волны

## Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования

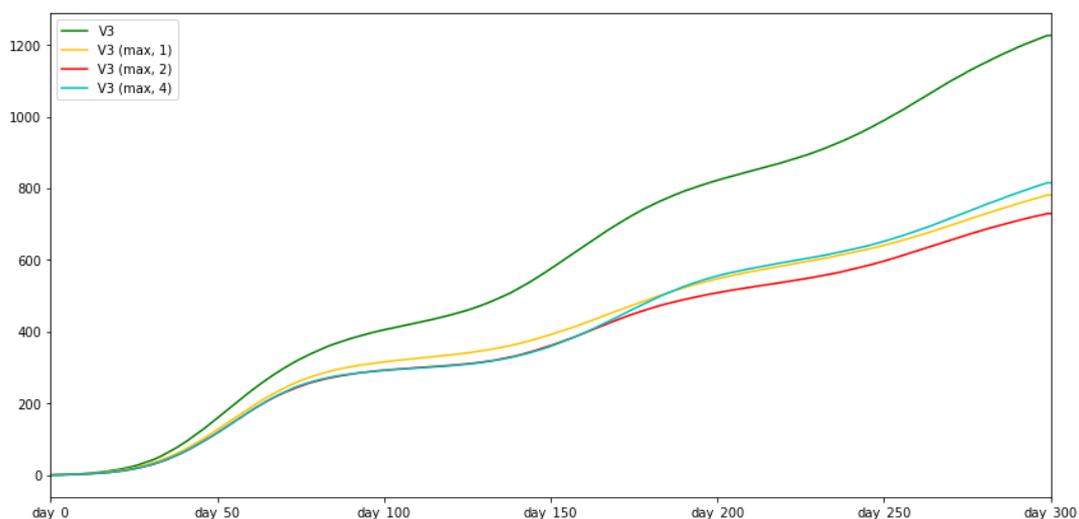


Рисунок 8. M2 V3. Сравнение общего числа случаев заражения при вакцинации на пике волны

Приведем таблицу сравнения общего числа заражений за выбранный период для обеих версий модели 2.

	V2	V3
Без вакцинации	571	1227
10%, 1	367	976
max, 1	418	781
10%, 2	256	587
max, 2	298	729
10%, 4	189	718
max, 4	279	816

Для случая V2, когда иммунитет достаточно устойчив и повторное заражение возможно только после того, как срок его действия вышел, все выводы предсказуемы. Мы имеем ситуацию, когда более раннее и более эффективное вакцинирование снижает общее число случаев заражения, стоит отметить, что низкая скорость вакцинации приводит к тому, что повторные волны сохраняются, хоть и с меньшей эффективностью.

## **Современная наука и образование: новые подходы и актуальные исследования**

В случае V3, когда иммунитет недостаточно эффективен, получено несколько неочевидных фактов. Так в случае с темпом вакцинации  $1/400$  от общего числа агентов получена ситуация, в которой поздняя вакцинация дает большую пользу чем вакцинация на страте. Вторым неочевидным моментом является тот факт, что вакцинация с темпом  $2/400$  показала себя эффективней чем вакцинация с темпом  $4/400$ . Обе ситуации связаны с тем, что к моменту начала второй волны число восприимчивых агентов (для ранней вакцинации в первой и более интенсивной вакцинации во второй ситуации) выше, именно за счет тех, кто был привит раньше, чем мог заболеть.

**Вывод.** С помощью полученной имитационной модели можно исследовать более широкий круг болезней, распространяющихся по типу эпидемии. В частности, такие болезни к которым не формируется достаточно длительный иммунитет или этот иммунитет недостаточно надежен и допускает повторное заражение. Так же приведенная имитационная модель позволяет исследовать эффективность вакцинации на различных стадиях эпидемии и создавать наиболее эффективные сценарии вакцинации с целью противодействия повторным волнам распространения болезни в популяции.

### **Список литературы**

1. Баталин Р. М. Оптимальное управление в моделях эпидемий трансмиссивных заболеваний с SEI-SEIR системами/ Р. М. Баталин, В. А. Терлецкий // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. – 2015. – Том 14. - С. 18–30.
2. Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 400 с.

**Современная наука и образование:  
новые подходы и актуальные исследования**

3. Мендель, В. В. Применение имитационного моделирования для уточнения коэффициентов динамической SEIR модели (модели эпидемии)/ В.В. Мендель. // Международная научно-практическая конференция «Наука и образование: векторы развития». – Чебоксары, 2020. – С. 10-18.
4. Allen, L.J.S & Burgin, A. (2000). Comparison of deterministic and stochastic SIS and SIR models in discrete time. *Mathematical Biosciences*, 163, 1 - 33.
5. Newton E. Reiter P. A Model of the Transmission of Dengue Fever with an Evaluation of the Impact of Ultra-Low Volume (ULV) Insecticide Applications on Dengue Epidemics/ E. Newton , P.Reiter – *The American Journal of Tropical Medicine and Hygiene*, Volume 47, Issue 6, 1 Dec 1992, p. 709. – 720.
6. Ross R. Report on the prevention of malaria in Mauritius / R. Ross – N. Y.: E. P. Dutton & Company, 1908.