Якушева Алла Константиновна,
учитель математики,
Огородова Анастасия Вадимовна,
Гречко Валерия Николаевна,
ученицы 11 «А» класса МБОУ «Лицей №17»,
г. Березовский, Кемеровская область, Россия

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ПЛАНИМЕТРИИ В ФОРМАТЕ ЕГЭ

Аннотация: в работе рассмотрено решение планиметрических задач для подготовки к Единому государственному экзамену по математике.

Ключевые слова: задачи, планиметрия, ЕГЭ.

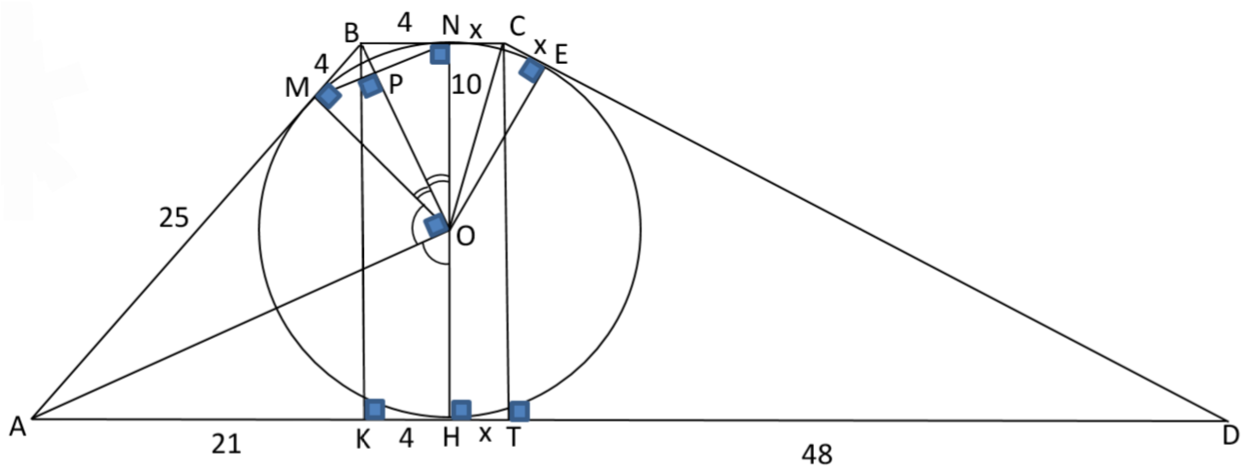
Пробный экзамен 2017, в-1

Окружность с центром O вписана в трапецию ABCD и касается меньшего основания BC в точке N, а боковой стороны AB - в точке M.

а) Докажите, что прямые MN и OA параллельны.

б) Найдите площадь треугольника BOC, если MA=25, MB=4 и CD=52.

Доказательство.



NH - высота трапеции, т.к. NO=HO - радиусы, а BC и AD - касательные.

По свойству касательных к окружности AM=AH, следовательно, ΔAMO=ΔAHO (по трем сторонам). Аналогично BM=BN, ΔBNO=ΔBMO.

∠NOH - развернутый, а т.к. он состоит из четырех попарно равных углов, то сумма двух различных углов равна 90°. Следовательно, ∠AOB=90°.

ΔMOP=ΔNOP (по 1 признаку), следовательно, MP=NP.

В ΔMON OP - медиана. ΔMON - равнобедренный, значит, OP также является высотой. ∠MPO=90°.

MN⊥PO, OA⊥PO, следовательно, MN||OA. Что и требовалось доказать.

Решение.

Для того, чтобы найти площадь ΔBOC, найдем его высоту ON и основание BC.

AB=29, AH=AM=25, значит, AK=AH-KH, AK=21.

По теореме Пифагора найдем BK из ΔABK:

BK=20. Значит, радиус окружности ON=1/2NH=10.

По теореме Пифагора TD=48.

HD=ED,48+x=52-x,x=2,

BC=4+2=6.

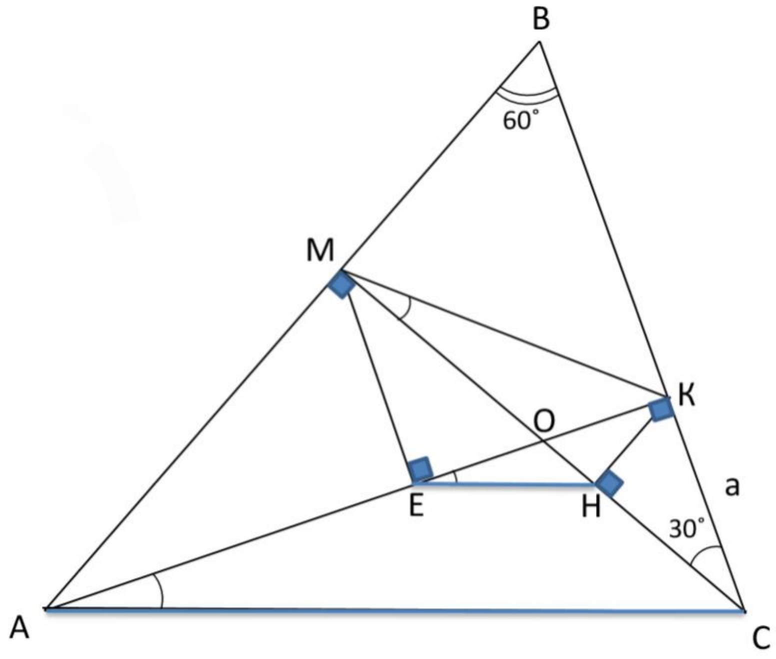
SBOC=ON*BC*1/2=10*6*1/2=30.

Ответ: SBOC=30.

Задача 8. (ФИПИ ЕГЭ 2016, в-3)

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM. В треугольнике MKC из вершины K проведена высота KH к стороне MC. Аналогично в треугольнике KMA из вершины M проведена высота ME к стороне AK.

а) Докажите, что прямая EH параллельна прямой AC. б) Найдите отношение EH/AC, если ∠ABC=60°.



Доказательство.

Вокруг четырехугольника AMKC можно описать окружность, т.к. углы AMC и AKC прямые (по условию) и опираются на один диаметр.

∠KAC=∠KMC (опираются на одну дугу)

Аналогично вокруг MKHE можно описать окружность.

∠KEH=∠KMH

Т.к. ∠KEH=∠KMH и ∠KAC=∠KMC, то ∠KEH=∠KAC.

ΔEOH~ΔAOC (по двум углам)

Отношение сторон треугольников EOH и AOC одинаковое, следовательно, EH||AC. Что и требовалось доказать.

Решение.

Из подобности треугольников следует:

EO/AO=HO/CO=EH/AC

Т.к. ∠ABC=60°, то ∠MCB=∠KAB=30°.

Рассмотрим ΔOCK:

∠OCK=∠MCB=30°.

Обозначим CK за a. Тогда cos∠OCK=CK/OC, OC=2a/√3.

Рассмотрим ΔKHC:

Cos∠KCH=CH/CK, CH=√3*a/2.

OH=OC-CH, OH=2a/√3-√3*a/2=a/2√3, EH/AC=HO/CO=a/2√3:2a/√3=1/4.

Ответ: 1/4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 7-9 классы. Учебник для общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина. – Издательство «Просвещение», 2012. – 383 с.

2. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Национальное образование», 2016. – 256 с.
3. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Национальное образование», 2017. – 256 с.