

Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «В МИРЕ ИССЛЕДОВАНИЙ»

Килин Игорь Иванович,
1 курс, ТИЖТ (филиал ОмГУПС),
г. Тайга, Кемеровская область
Руководитель **Соболева И.В.,**
преподаватель

СХЕМЫ БЕРНУЛЛИ ПОВТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Аннотация. Рассмотрены на примерах Схемы Бернулли повторных испытаний из теории вероятностей, механизмы ее действия и применения в жизни.

Ключевые слова: Теория вероятностей, схемы Бернулли.

Людей всегда интересовало будущее. Человечество во все времена искало способ его предугадать или спланировать: в разное время разными способами. В современном мире есть теория, которую наука признает и пользуется для планирования и прогнозирования будущего. Речь о теории вероятностей.

Теория вероятностей - это математическая наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. На сегодняшний день это полноценная наука, имеющая большое практическое значение.

В жизни мы часто сталкиваемся со случайными явлениями. Чем обусловлена их случайность - нашим незнанием истинных причин происходящего или случайность лежит в основе многих явлений? Споры на эту тему не утихают в самых разных областях науки. Случайным ли образом возникают мутации, насколько зависит историческое развитие от отдельной личности, можно ли считать Вселенную случайным отклонением от законов сохранения? Пуанкаре, призывая разграничить случайность, связанную с неустойчивостью, от случайности, связанной с нашим незнанием, приводил следующий вопрос: «Почему люди находят совершенно естественным молиться о дожде, в то время как они сочли бы смешным просить в молитве о затмении?»

У каждого «случайного» события есть четкая вероятность его наступления. В стабильной системе вероятность наступления событий сохраняется из года в год. То есть с точки зрения человека с ним произошло случайное событие, а с точки зрения системы оно было predetermined.

Разумный человек должен стремиться мыслить, исходя из законов вероятностей (статистики). Но в жизни о вероятности мало кто думает. Решения принимаются эмоционально. Люди боятся летать самолетами. А между тем, самое опасное в полете на самолете - это дорога в аэропорт на автомобиле. Но попробуй кому-то объяснить, что машина опасней самолета. Вероятность того, что пассажир, севший в самолет погибнет в авиакатастрофе составляет примерно $1/8\ 000\ 000$. Если пассажир будет садиться каждый день на случайный рейс, ему понадобится 21 000 лет чтобы погибнуть.

Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «В МИРЕ ИССЛЕДОВАНИЙ»

Согласно исследованиям, в США в первые 3 месяца после терактов 11 сентября 2001 года погибло еще одна тысяча людей косвенно. Они в страхе перестали летать самолетами и начали передвигаться по стране на автомобилях. А так как это опасней, то количество смертей возросло. Миром правит вероятность и нужно помнить об этом. Они помогут вам взглянуть на мир с точки зрения случая.

Существует мнение, что решающее влияние на возникновение теории вероятностей оказали азартные игры. Действительно, карты, рулетка, игральные кости, различные лотереи издавна привлекали внимание определенных кругов общества.

Возникновение теории вероятностей как науки относится к середине XVII столетия, когда усилиями Паскаля, Ферма, Гюйгенса были введены специфические понятия и доказаны простейшие теоремы о вероятностях случайных событий.

Важный этап в развитие теории вероятностей связан с именем Я. Бернулли. Теорема, которая носит ныне его имя, вскрывает следующую важную особенность вероятностных задач: рассмотрению подлежат лишь те опыты со случайными исходами, которые независимо друг от друга могут быть повторены любое число раз в одинаковых условиях. Для определенности будем говорить о подбрасываниях монеты. Каждое отдельное подбрасывание монеты приводит к непредсказуемому исходу: выпадает либо герб, либо решка. Если число гербов, выпадающих при n бросаниях монеты, то непредсказуемой является и частота выпадений герба. Однако с ростом n эта непредсказуемость ослабевает: наблюдаемые значения величины имеют тенденцию группироваться около числа 0,5. Отмеченный принцип устойчивости частот выражает одну из важнейших закономерностей случайных явлений.

Своей знаменитой теоремой Бернулли дал математическое истолкование принципа устойчивости частот и закрепил за теорией вероятностей право называться наукой о математических методах изучения закономерностей случайных явлений.

Вероятность события в жизни не так уж часто считается по формулам, скорее интуитивно. Но проверить, совпадает ли «эмпирический анализ» с математическим, иногда очень полезно. Выбранная мною тема актуальна, т.е. практически полезная и представляет интерес в научном отношении.

Выбирая данную тему, я руководствовался несколькими правилами: тема очень интересна, увлекательна, соответствует моей склонности к изучению «Теории вероятностей», данная тема выполнима, решение ее принесёт реальную пользу (получение новых полезных знаний, умений, навыков, развитие интеллекта, реализация исследовательской потребности). Тема оригинальна, в

Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «В МИРЕ ИССЛЕДОВАНИЙ»

ней есть элемент неожиданности, необычности, способности нестандартно смотреть на традиционные предметы и явления.

При практическом применении теории вероятностей часто приходится встречаться с задачами, в которых одно и то же испытание повторяется неоднократно. В результате каждого испытания может появиться или не появиться некоторое событие A . Причем нас интересует не результат каждого отдельного испытания, а общее число появлений события A в результате серии опытов. Например, если производится группа выстрелов по одной и той же цели, нас, как правило, не интересует результат каждого выстрела, а лишь общее число попаданий. В подобных задачах требуется уметь определять вероятность любого заданного числа появлений события в результате серии опытов. Такие задачи и будут рассмотрены. Они решаются весьма просто в случае, когда испытания являются независимыми.

Испытания называются независимыми, если вероятность того или иного исхода каждого из испытаний не зависит от того, какие исходы имели другие испытания. Например, несколько бросаний монеты представляют собой независимые испытания.

Актуальность темы «Схемы Бернулли повторных испытаний» рассмотрим на примерах из теории вероятностей, механизмы ее действия и применения в жизни, так как очень много процессов в нынешнее время решаются с помощью схем Бернулли.

Я решил проверить классическое определение вероятности.

Определение: «Пусть множество исходов опыта состоит из n равновероятных исходов. Если m из них благоприятствуют событию A , то вероятностью события A называется число $P(A) = m/n$.»

Возьмем, к примеру, игру в монету. При бросании может быть два равновероятных исхода: монета может упасть кверху гербом или решкой. Бросая монету один раз нельзя предугадать, какая сторона окажется сверху. Однако, бросив монету 100 раз, можно сделать выводы. Можно заранее сказать, что герб выпадет не 1 и не 2 раза, а больше, но и не 99 и не 98 раз, а меньше. Число выпадений герба будет близко к 50. На самом деле, и на опыте можно в этом убедиться, что это число будет заключено между 40 и 60. Кто и когда впервые проделал опыт с монетой, неизвестно.

Проведём опыт. Для начала, возьмем в руки монетку, будем ее бросать и записывать результат последовательно в виде строки: О, Р, Р, О, О, Р. Здесь буквами О и Р обозначено выпадение орла или решки. В нашем случае бросание монетки - это испытание, а выпадение орла или решки - событие, то есть возможный исход нашего испытания. В процессе проведения 100 испытаний орел выпал 55 раз, решка - 45. Вероятность выпадения орла в данном случае-

Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «В МИРЕ ИССЛЕДОВАНИЙ»

0,55; решки – 0,45. Таким образом, я показал, что теория вероятности в данном случае имеет место быть.

Можно ли выиграть в лотерею или рулетку?

Каждый из нас хоть раз в жизни покупал лотерею или играл в азартные игры, но далеко не все использовали заранее спланированную стратегию. Умные игроки давно перестали надеяться на удачу и включили рациональное мышление.

Дело в том, что каждое событие имеет определенное математическое ожидание, как гласят высшая математика и теория вероятности, и, если правильно оценивать ситуацию, то можно обойти неудовлетворительный исход события.

Повторные независимые испытания называются испытаниями Бернулли, если каждое испытание имеет только два возможных исхода и вероятности исходов остаются неизменными для всех испытаний.

Приведу пример практического применения схемы испытаний Бернулли на примере нашего института. На I курс ТИЖТа в 2016г. поступило 295 студентов. Требуется найти наиболее вероятное число первокурсников, родившихся в один день, день знаний 1-го сентября, и вероятность этого события.

Решение. В нашем случае $p = 1:365$ $n = 295$ Используем соотношение для наивероятнейшего числа: m_0

$$295 \cdot (1:365) - (364:365) \leq m_0 \leq 295 \cdot (1:365) + (1:365)$$

Учитывая, что m_0 целое число, получаем $m_0 = 1$.

Найдем теперь $P_{295}(1)$, используя теорему Пуассона и то, $\lambda = 295 \cdot (1:365) \approx 1$

$$P_{295}(1) \approx e^{-1} \approx 0,37$$

Приведу следующий пример практического применения схемы испытаний Бернулли. Колёсные пары, изготавливаемые при массовом производстве, могут отличаться по толщине, но при проверке они классифицируются на годные и дефектные - в зависимости от того, находится ли толщина в предписанных границах. И хотя продукция по многим причинам не может вполне соответствовать схеме Бернулли, эта схема задает идеальный стандарт для промышленного контроля качества продукции, несмотря даже на то, что этот стандарт никогда не достигается вполне точно. Вагоны подвержены изменениям, и поэтому вероятности не остаются одними и теми же. В режиме эксплуатации вагонов имеется некоторое постоянство, в результате чего длинные серии одинаковых отклонений оказываются более вероятными, чем это было бы при действительной независимости испытаний. Однако с точки зрения контроля качества продукции желательно, чтобы процесс соответствовал схеме Бернулли, и важно то, что в некоторых пределах этого можно добиться. Целью

Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «В МИРЕ ИССЛЕДОВАНИЙ»

текущего контроля является обнаружение уже на ранней стадии существенных отступлений от идеальной схемы и использование их как указаний на угрожающее нарушение правильности эксплуатации вагонов.

Можем ли мы предугадать с помощью этой теории, что случится с нами через день, два, тысячу? Конечно, нет. Событий, связанных с нами в каждый момент времени, очень много. Только на одну лишь типизацию этих событий не хватит и жизни. А уж их совмещение и вовсе гиблое дело. С помощью Схемы Бернулли предугадывать можно лишь однотипные события. Например, такое как бросание монеты - это событие из 2 вероятностных результатов. В общем, прикладное применение теории вероятностей связано с немалым количеством условий и ограничений, а для сложных процессов сопряжено с вычислениями, которые под силу лишь компьютеру.

Но следует помнить, что в жизни есть ещё такое понятие как удача, везение. Это то, что мы говорим - повезло, когда, например, какой-нибудь человек не учился никогда, никуда не стремился, лежал на диване, играл в компьютер, а теперь, предположим, он выступил в шоу «Минута славы». У него была вероятность 0.001 стать музыкантом, она выпала, ему повезло, такое схождение обстоятельств. То, что мы называем - оказался в нужном месте и в нужное время, когда срабатывают те самые 0.001.

Таким образом, работаем над собой, принимаем решения, которые могут повысить вероятность выполнения наших желаний и стремлений, каждый случай может добавить те заветные 0.00001, которые сыграют решающую роль в итоге.

В заключение хочется отметить то, что распределение Бернулли является достаточно распространенным и важным распределением, имеющим применение как в теории вероятностей и ее приложениях, так и в математической статистике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Журбенко, Л.Н., Никонова, Г.А., Никонова, Н.В. Дегтярева, О.М. Математика в примерах и задачах: Учеб. пособие / Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, О.М. Дегтярева. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 372 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование). (обложка) ISBN 978-5-16-003841-4
2. Павлов, С.В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2013. - 186 с.: 70x100 1/32. - (Карманное учебное пособие). (обложка, карм. формат) ISBN 978-5-369-00679-5
3. Балдин, К.В., Башлыков, В.Н., Рукосуев, А.В. Основы теории вероятностей и математической статистики: Учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - М.: Флинта: МПСИ, 2013. - 488 с.: 60x88 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9765-0314-4